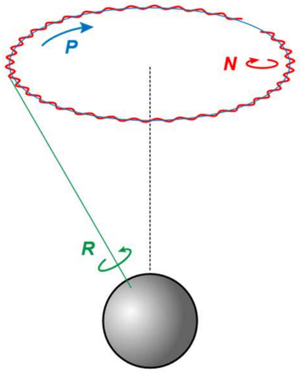
Référentiel terrestre

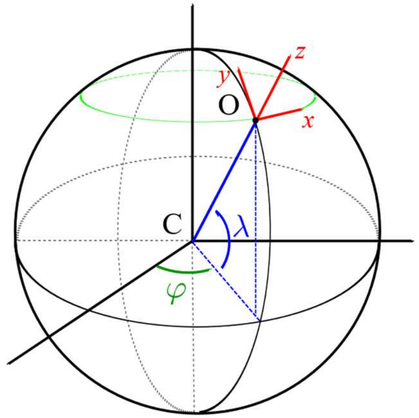


$G = 6{,}67\ 10^{-11}$ u.s.i
$R_T = 6400$ km
$M_T = 6{,}0\ 10^{24}$ kg

$\mathcal{R}_T$: référentiel terrestre
Ω_T : vitesse angulaire de rotation de la Terre sur elle-même.

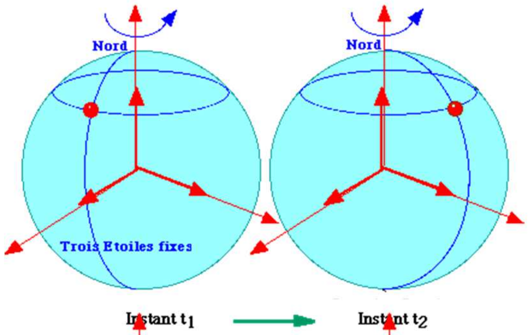
Mouvements de la terre dans l'espace :
https://www.universalis.fr/media/VI000040/
Mouvements de ***révolution***, de ***rotation***, de ***précession***, de ***nutation***.

Référentiels en mécanique

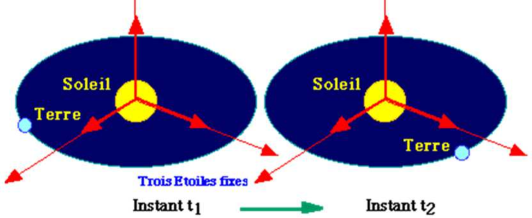


Référentiel terrestre : référentiel lié à la Terre considéré comme galiléen pour la plupart des situations quotidiennes (sauf déviation vers l'Est, cyclones, vents et pendule de Foucault ci-dessous).
λ ***: latitude*** (comptée à partir de l'équateur)
φ ***: longitude*** (comptée à partir du méridien de Greenwich)

Référentiel géocentrique : origine au centre des masses de la Terre et axes dirigés vers trois étoiles suffisamment lointaines pour paraître fixes depuis la Terre).
Le référentiel terrestre est en ***rotation*** à Ω_T par rapport au référentiel géocentrique.

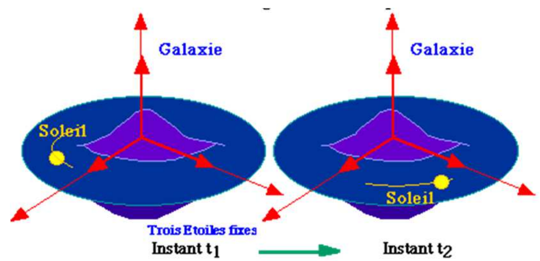


Référentiel de Kepler ou héliocentrique : origine en G_{Soleil} (centre de masse du Soleil) et axes dirigés vers trois étoiles « fixes ».
Le référentiel géocentrique est en ***translation*** elliptique par rapport au référentiel héliocentrique.



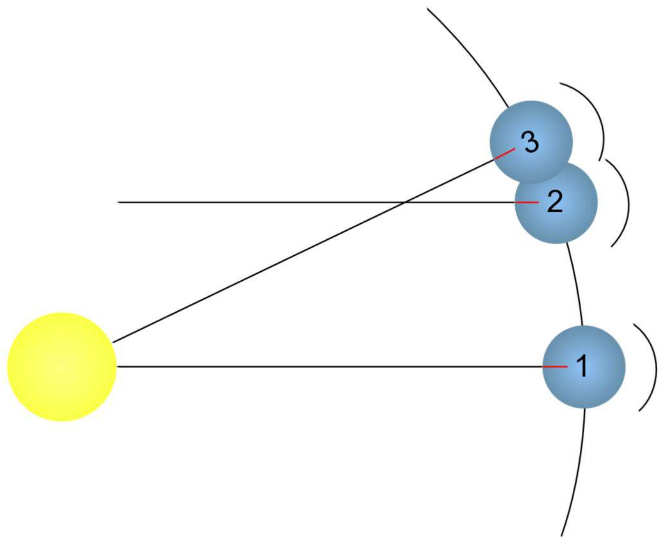
Référentiel de Copernic : origine en $G_{SystèmeSolaire}$ (centre de masse du système solaire) et axes dirigés vers trois étoiles « fixes ». Rq : le point $G_{SystèmeSolaire}$ est situé dans le volume du Soleil.

Référentiel galacto-centrique : origine au centre des masses de la galaxie et axes dirigés vers trois étoiles « fixes ».



Schémas : http://www.edu.upmc.fr/uel/physique/meca/apprendre/chapitreg/g4.htm#Terre

Jour solaire vs jour sidéral



Sidereal day (prograde).png: User:Gdr / derivative work: Chris828 / CC BY-SA (http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/)

Jour solaire = durée entre deux passages consécutifs du Soleil au zénith (positions 1 et 3 sur le schéma), $T_{JourSolaire} = 24$ h = 86 400 s

Jour sidéral = durée entre deux passages consécutifs d'une étoile lointaine (« à l'infini ») au zénith (positions 1 et 2), $T_{JourSidéral} = 23$ h 56 min 4s = 86 164 s

Définition du poids

Pour un système ***à l'équilibre***, on écrit :

- dans le référentiel terrestre supposé galiléen :

- dans le référentiel terrestre supposé non galiléen :

Par identification, on est conduit à écrire :

2ème loi de Newton et définition du poids

Dans une situation quelconque, la loi de la quantité de mouvement ***dans le référentiel terrestre*** s'écrit alors :

$$m\vec{a}(M/\mathcal{R}_T) = \vec{P} + \vec{f}_{ic} + \sum_{autres\ forces} \vec{f} \quad \text{où} \quad \vec{f}_{ic} = -m2\vec{\Omega}_T \wedge \vec{v}(M/\mathcal{R}_T)\ .$$

Autrement dit, la force d'inertie d'entraînement ***due à la rotation de la Terre*** *autour de son axe* est comprise dans le poids : $\vec{P} = \vec{F}_{grav} + \vec{f}_{ie}$ ou encore $\vec{g} = \vec{\mathcal{G}}_{grav} - \vec{a}_e$.

⚠ ***Attention*** à ne pas confondre cette situation avec celle d'un ***référentiel tournant*** dans le référentiel terrestre considéré comme galiléen (cf. exercices anneau enfilé sur une tige en rotation…) pour laquelle on écrit : $m\vec{a}(M/\mathcal{R}_T) = \vec{P} + \vec{f}_{ie} + \vec{f}_{ic} + \sum_{autres\ forces} \vec{f}$ (car la force d'inertie d'entraînement ***n'est pas due à la rotation de la Terre*** dans ce cas).

Théorème de Gauss pour la gravitation

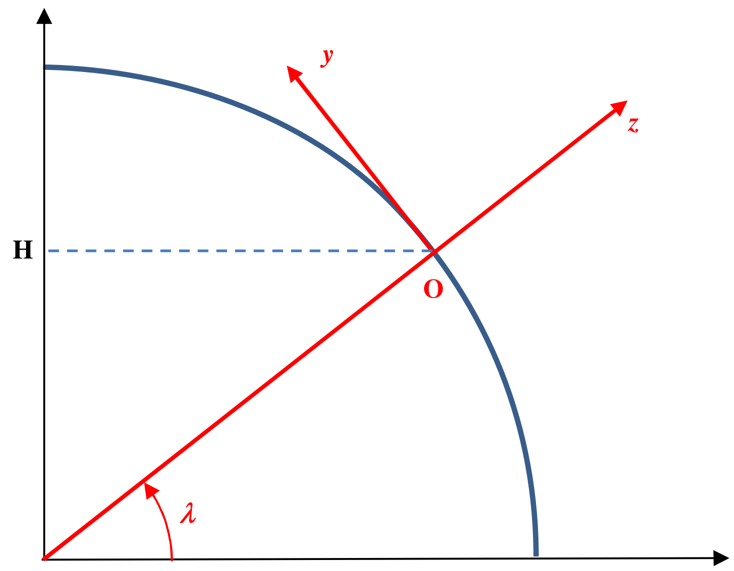
1. Ordres de grandeurs numériques pour un *point M situé à la surface de la Terre*

1.1. Rappeler l'expression de la force gravitationnelle en coordonnées sphériques puis celle du champ gravitationnel à la surface de la Terre et calculer numériquement sa valeur.

1.2. Donner l'expression de l'accélération d'inertie d'entraînement due à la rotation de la Terre sur elle-même en fonction de Ω_T et du vecteur $\overrightarrow{HM}$ (cf. schéma ci-dessous) et calculer numériquement sa valeur maximum.

1.3. Calculer littéralement puis numériquement $\dfrac{\Delta g}{g_{pôle}} = \dfrac{g_{pôle} - g_{équateur}}{g_{pôle}}$ et conclure.

1.4. Représenter sur le schéma ci-dessous, sans souci d'échelle, les vecteurs $\vec{F}_{grav}$, $\vec{f}_{ie}$ et $\vec{P}$



Influence de la force de Coriolis

On considère un point $M \left| \begin{matrix} x \\ y \\ z \end{matrix} \right.$ dans le référentiel terrestre (cf. schéma ci-dessus).

2. Force de Coriolis

Exprimer la force de Coriolis en fonction des données (Ω_T, $\dot{x}$, $\dot{y}$, $\dot{z}$ et λ).

La loi de la quantité de mouvement fournit alors un système de *trois équations différentielles couplées*.

La résolution exacte de cette équation est possible mais il est possible de recourir à des hypothèses simplificatrices dans certains cas ce qui permet de comprendre l'influence des différents termes de la force de Coriolis.

3. Chute libre dans le référentiel terrestre - Déviation vers l'Est (terme en « cosλ »)

On lâche un point M de masse m depuis l'altitude h à $t = 0$.

Cette expérience a été réalisée en 1833 par Ferdinand Reich qui fit tomber des projectiles dans un puits de mine de 158 m à Freiberg (Saxe). Il observa une déviation de 28 mm vers l'Est.

Cette expérience a également été réalisée sous la coupole du Panthéon à Paris ($h \approx 67$ m).

3.1. En considérant que la vitesse de chute est nécessairement bornée par la vitesse du son, donner l'ordre de grandeur du rapport $(F_{ic})_z/P$.

3.2. En déduire l'équation simplifiée de la chute selon (Oz) puis $\dot{z}(t)$ et $z(t)$ en fonction de g, t et h.

Remarque : on a donc déterminé le mouvement vertical en négligeant en 1ère approximation la force de Coriolis considérée comme une ***perturbation***.

L'expérience quotidienne nous apprend que cette déviation est faible, autrement dit le mouvement est principalement selon (Oz). Pour évaluer la force de Coriolis, il est donc pertinent de considérer que :

- la seule vitesse à prendre en compte est $\dot{z}$ car $\dot{z} \gg \dot{x}$ et $\dot{z} \gg \dot{y}$;
- la vitesse $\dot{z}$ peut être évaluée en négligeant la force de Coriolis d'après 3.1 et 3.2.

Cette méthode est appelée ***méthode des perturbations*** : à l'ordre 0 (mouvement selon Oz ici), la perturbation est négligée ; elle est prise en compte à l'ordre 1 dans les termes correctifs (ici mouvement selon Ox).

3.3. En déduire l'équation simplifiée selon (Ox) puis $\dot{x}(t)$ et $x(t)$ en fonction des données.

3.4. Déterminer littéralement la déviation en fin de chute, commenter le signe puis évaluer cette déviation pour les deux expériences historiques.

4. Oscillations d'un pendule - Pendule de Foucault (terme en « sinλ »)

Expérience historique réalisée par Léon Foucault en 1851 au Panthéon.

https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Pendule_de_Foucault.jpg

Dans cette expérience, la longueur du fil étant très grande devant la projection du mouvement au sol, l'altitude z du point M oscillant peut être considérée comme constante : $z \approx \text{cte} \Rightarrow \dot{z} \approx 0$ et $\ddot{z} \approx 0$.

4.1. En déduire l'expression, simplifiée de la force de Coriolis et justifier le titre du paragraphe 4.

4.2. Montrer que $\vec{f}_{ic} = -2m\Omega_T \sin\lambda\, \vec{e}_z \wedge \vec{v}(M/\mathcal{R}_T)$ en développant cette expression.

4.3. En déduire la période de rotation du plan d'oscillation en comparant l'expression de $\vec{f}_{ic}$ à celle de la force subie par une particule de charge q dans un champ magnétique $\vec{B}$ de vitesse v_0 orthogonale à $\vec{B}$.

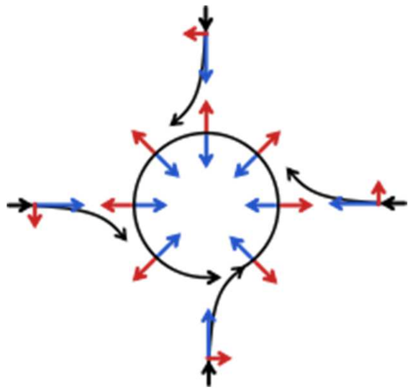
Rappel : la trajectoire de la particule est circulaire de rayon $R = \dfrac{mv_0}{|q|B}$.

5. Météorologie et océanographie

Documents extraits de https://fr.wikipedia.org/wiki/Force_de_Coriolis

Zone de basse pression tournant au large de l'Islande dans le sens contraire des aiguilles d'une montre :

https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Low_pressure_system_over_Iceland.jpg



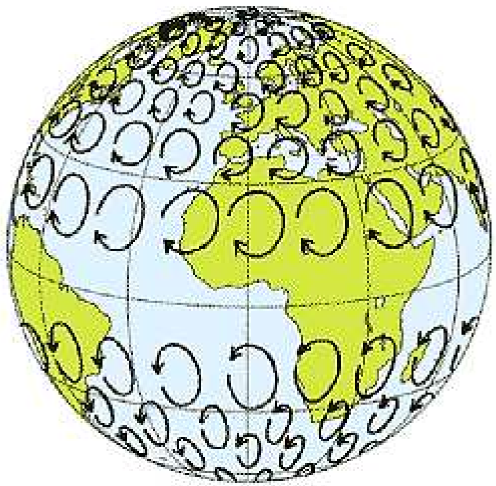
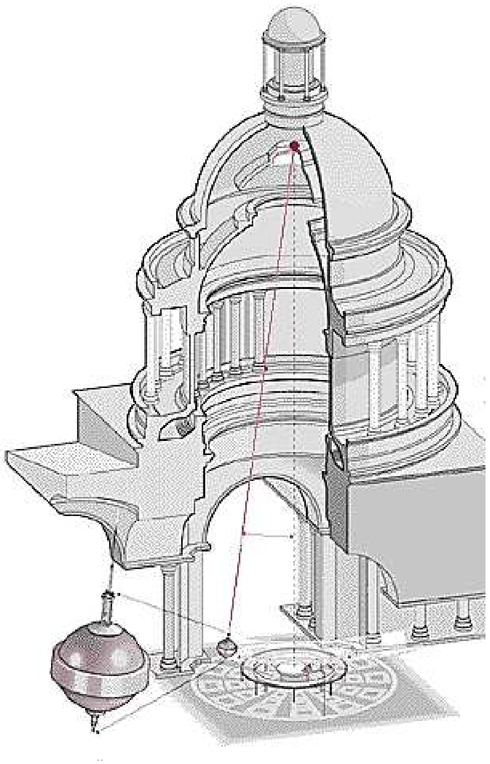
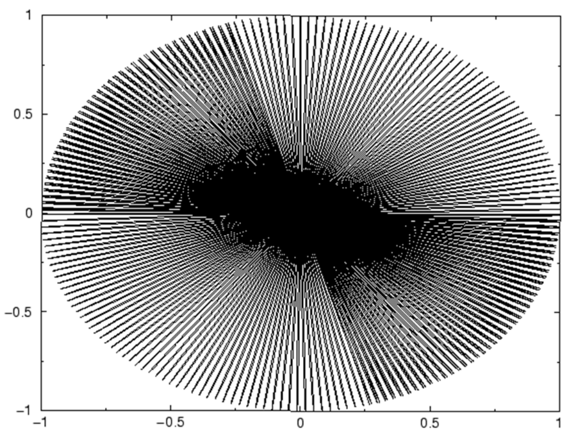


Schéma de gauche : déviation des vents dans l'hémisphère nord autour d'une dépression. La force de gradient de pression est en bleu, celle de Coriolis en rouge et le déplacement en noir.

Annexe - Pendule de Foucault

Le pendule de Foucault est l'expérience la plus célèbre sur la force de Coriolis. Elle a été réalisée pour la première fois en janvier 1851 à Paris par Léon Foucault. Il s'agit d'une expérience assez particulière car elle ne démontrait rien de neuf : tous les scientifiques savaient bien que la Terre tournait avant cette date ! Mais jusque-là, les preuves de la rotation de la Terre étaient indirectes, alors que là, il s'agit d'une mise en évidence directe, et qui plus est très visuelle, de cette rotation. C'est la raison pour laquelle cette expérience fut un grand succès populaire : elle fut montée dès le mois de mars 1851 sous la coupole du Panthéon à Paris. La manifestation a été annoncée à la une des journaux. Le principe de l'expérience est assez simple. On construit un pendule à l'aide d'une grande corde, à laquelle on accroche une masse. Cette masse est munie d'une pointe qui permet de visualiser sa trajectoire dans du sable. Si le référentiel était galiléen, le pendule dessinerait un segment de droite sur le sable. En faisant l'expérience pendant un long moment, Foucault n'as pas obtenu ce résultat, mais une forme plus compliquée, comme celle ci-dessous.





Tout se passe comme si le pendule était, pendant chacune de ses oscillations, dévié vers la droite. Ceci est bien la manifestation qu'une force de Coriolis agit, montrant que le référentiel terrestre n'est pas galiléen. On inclut donc, dans le bilan des forces, la force de Coriolis. Moyennant quelques approximations et quelques calculs, on peut trouver l'équation du mouvement, et la période de rotation de l'axe d'oscillation du pendule de Foucault $T = (1/\sin\lambda).T_{Terre}$, où λ est la latitude du lieu où est fixé le pendule. L'axe d'oscillation du pendule de Foucault a donc une période de rotation de 24h aux pôles ($\lambda = 90°$) et une période de rotation "infinie" à l'équateur ($\lambda = 0°$).

http://planet-terre.ens-lyon.fr/article/force-de-coriolis.xml

Voir également les animations sur :

https://fr.wikipedia.org/wiki/Pendule_de_Foucault

https://phyanim.sciences.univ-nantes.fr/Meca/RefTerre/Foucault0.php