Physique quantique - Questions de compréhension et exercices

Les questions sont liées les unes aux autres

Exercice n°1

1. Établir la relation de dispersion en injectant la fonction d'onde $\psi(x,t) = Ae^{i(kx-\omega t)}$ dans l'équation de Schrödinger.
2. Retrouver la relation de de Broglie à l'aide de cette relation de dispersion et de la relation de Planck-Einstein.
3. Exprimer la vitesse de phase. La propagation est-elle dispersive ?

Exercice n°2

Rappeler la définition de la vitesse de groupe. En utilisant la relation de dispersion obtenue ci-dessus, établir l'expression de la vitesse de groupe et montrer qu'elle s'identifie à la vitesse, au sens classique, de la particule.

Exercice n°3

En mécanique classique, la conservation de l'énergie s'écrirait : $\dfrac{p^2}{2m} + V(x) = E$.

1. Remplacer p par $\hbar k$ et E par $\hbar\omega$ puis multiplier les deux membres par ψ.
2. Utiliser la signification connue en notation complexe : $k\times \rightarrow -i\dfrac{\partial}{\partial x}$ et $\omega\times \rightarrow i\dfrac{\partial}{\partial t}$.

   Qu'obtient-on ?

Exercice n°4

1. Montrer que, pour un état stationnaire, l'équation de Schrödinger peut s'écrire :
$$\frac{1}{\varphi}\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\varphi'' + V\varphi\right) = \frac{1}{f}i\hbar\dot{f} .$$
2. Justifier que les deux membres sont égaux à une même constante qu'on notera E.
3. Quelles sont les dimensions de E ? En déduire la signification physique de E.

Exercice n°5

1. À partir de l'équation obtenue à la question précédente, déterminer l'expression de $f(t)$ (à une constante multiplicative près).
2. Montrer que l'expression obtenue pour $\psi(x, t)$ est cohérente avec la forme $\psi(x,t) = Ae^{i(kx-\omega t)}$ en utilisant la relation d'Einstein (sans chercher à expliciter $\varphi(x)$).

Exercice n°6

Exprimer la densité probabilité dP/dx : pourquoi parle-t-on d'état stationnaire ?

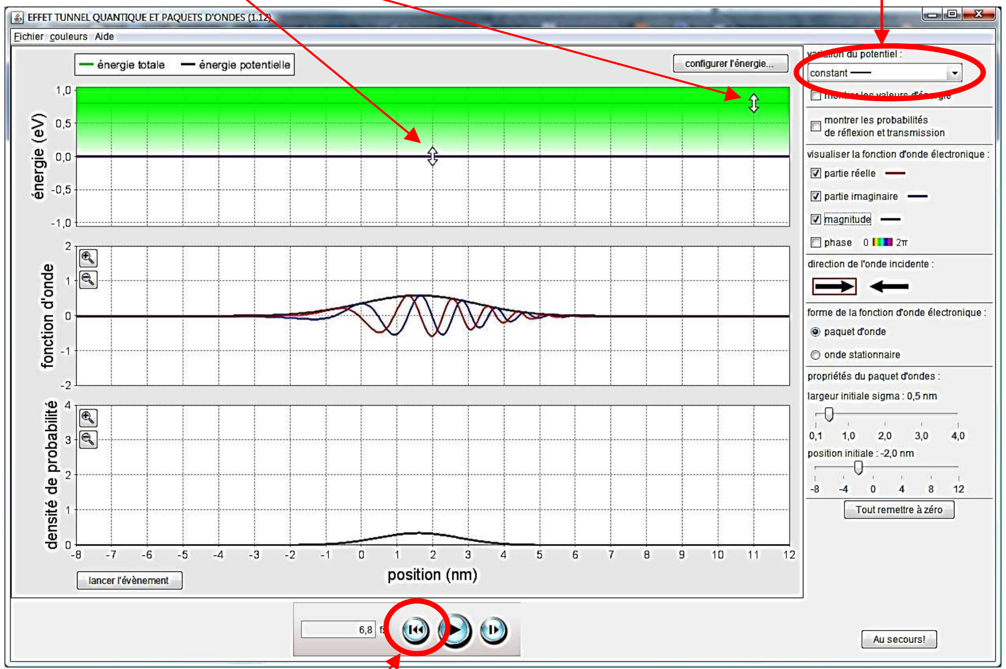
Exercice n°7

En injectant l'expression de $\psi(x, t)$ trouvée (exercice 5) dans l'équation de Schrödinger, établir l'équation vérifiée par $\varphi(x)$.

Exercice n°8 - Compléments : propagation du paquet d'onde

Simulation - Observer la dispersion au cours de la propagation du paquet d'onde grâce à l'applet : https://phet.colorado.edu/fr/simulation/legacy/quantum-tunneling

Choisir un potentiel constant, une énergie potentielle nulle et une énergie totale positive (utiliser les curseurs).



Pour relancer la simulation

Comment la propagation est-elle modifiée dans un potentiel constant non nul ($E > V$) ?
On pourra par exemple interrompre l'animation lorsque le paquet d'onde parvient à une abscisse donnée et observer son amplitude et le temps correspondant.