

Particule dans un puits de potentiel

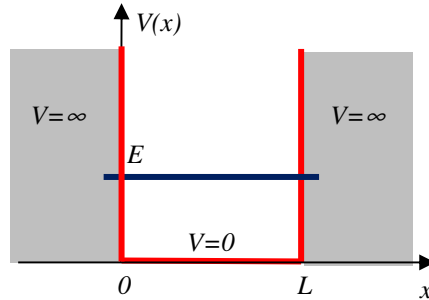
Physique quantique

Particule dans un puits de potentiel infini

On considère une particule libre de se déplacer entre deux plans d'équations $x = 0$ et $x = L$ mais **confinée** entre ces deux plans : sa fonction d'onde est nulle en dehors de ce domaine.

On a donc : $\psi(x \leq 0, t) = 0$ et $\psi(x \geq L, t) = 0$.

La densité de probabilité de présence est donc nulle en dehors du puits : la particule est nécessairement dans le puits.



Dans la suite on cherche des **solutions stationnaires** vérifiant ces conditions aux limites à tout instant et on cherche à mettre en évidence la **quantification de l'énergie**.

→ Exercice n°1

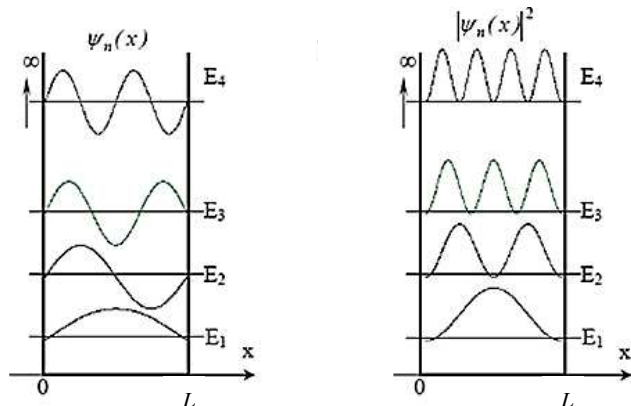
Idées essentielles :

Les **niveaux d'énergie** d'une particule **confinée** sont **quantifiés**.

Dans le cas du puits infini : $E = \frac{\hbar^2}{2m} k^2$ et $k_n L = n\pi \Rightarrow E_n = n^2 \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2}$

Le confinement d'une particule lui impose une **énergie cinétique minimale** appelée **énergie quantique de confinement** (le cas $n = 0$ correspond à une fonction d'onde nulle, l'état fondamental correspondant à $n = 1$ est donc un état d'énergie non nulle : **ce n'est pas un état de repos**).

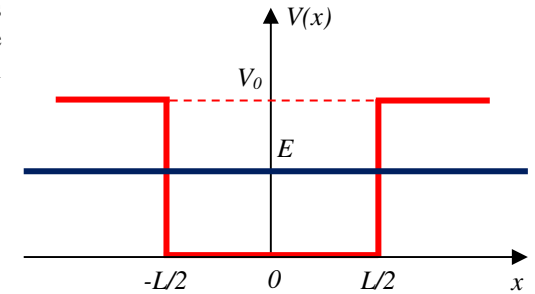
Fonctions d'onde et densité de probabilité pour les 4 premiers modes :



Particule dans un puits de potentiel fini

On considère une particule dans un puits de potentiel « carré » de largeur L de profondeur finie V_0 pour lequel le potentiel est défini par morceaux :

- domaine 1 : $V(x < -L/2) = V_0$;
- domaine 2 : $V(-L/2 < x < L/2) = 0$;
- domaine 3 : $V(x > L/2) = V_0$.

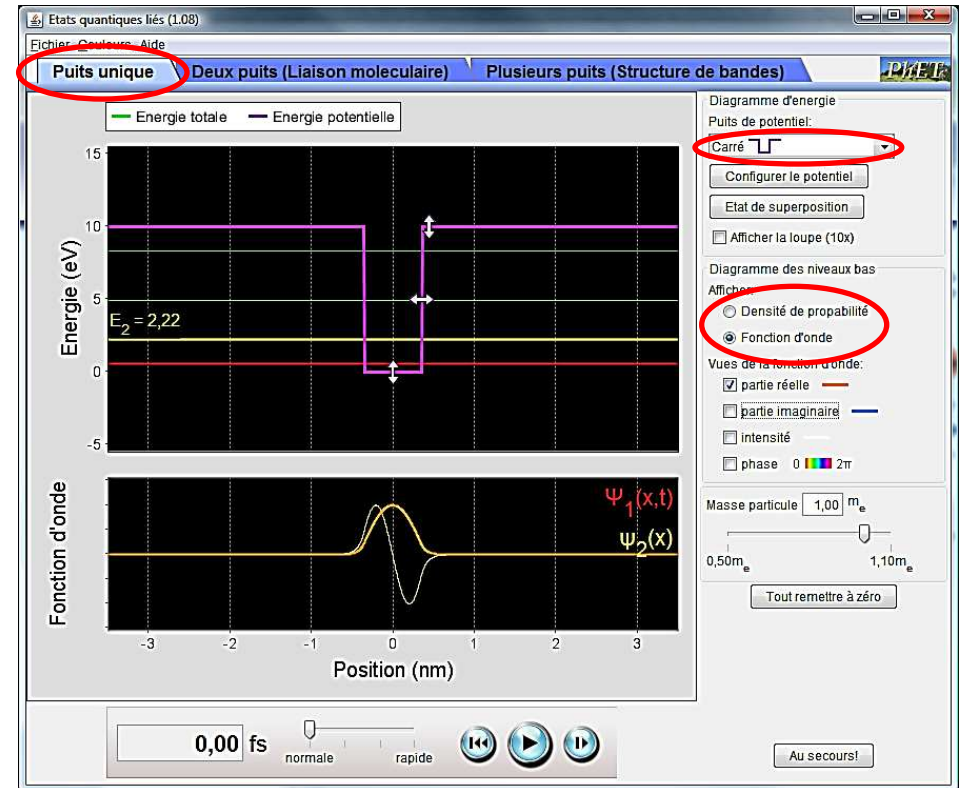


On recherche les **états stationnaires liés** tels que : $0 < E < V_0$ et on cherche à mettre en évidence la **quantification de l'énergie**.

→ Exercice n°2

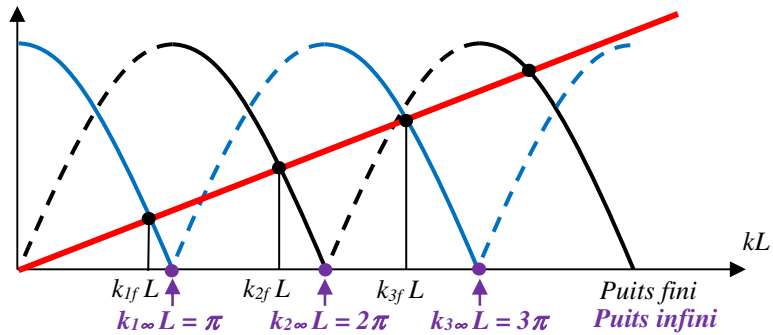
Applet – Énergies, fonctions d'onde et densités de probabilité (mettre en pause)

<https://phet.colorado.edu/fr/simulation/legacy/bound-states>



- ✓ Observer l'influence de la largeur du puits sur les niveaux d'énergie.
- ✓ Cliquer sur le niveau fondamental puis survoler les niveaux suivants à la souris : observer les fonctions d'onde symétriques (paires) et antisymétriques (impaires).

Puits de potentiel infini vs puits fini - Conclusion



Le graphe ci-dessus montre que l'état fondamental du puits fini correspond à une valeur $k_{1\text{fini}}$ plus faible que la valeur correspondante $k_{1\infty} = \pi/L$ pour le puits infini donc, comme l'énergie est proportionnelle à k^2 : $E_{1\text{fini}} < E_{1\infty}$.

L'interprétation réside dans le concept d'**énergie de confinement** (cf. puits infini) : dans un puits fini, la particule peut sortir du domaine $-\frac{L}{2} < x < \frac{L}{2}$ (ondes évanescentes sur les bords

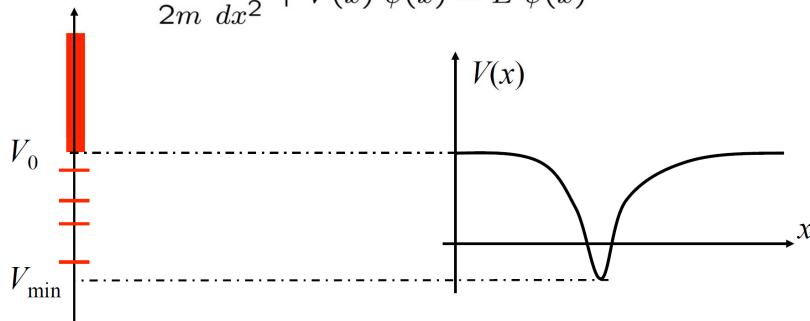
du puits) alors que c'est impossible avec un puits infini (fonction d'onde nulle hors du puits). **Tout se passe donc comme si le puits fini était virtuellement élargi du fait des ondes évanescentes à ses bords : le moindre confinement induit alors une énergie de confinement**

plus faible d'après $E_n = n^2 \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2}$.

Une étude analogue menée pour les états stationnaire de diffusion (cas $E > V_0$) permet de montrer que l'énergie E n'est plus quantifiée, toutes les valeurs supérieures à V_0 sont autorisées : **les énergies des états de diffusion dans un puits de potentiel forment un continuum.**

États liés et états de diffusion

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + V(x) \psi(x) = E \psi(x)$$

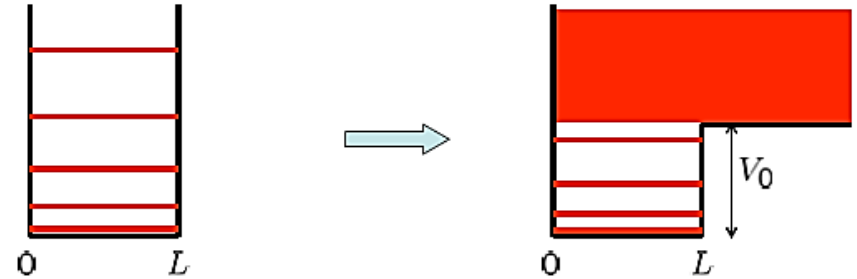


- ✓ $E < V_{\min}$: aucun état physiquement intéressant
- ✓ $V_{\min} < E < V_0$: états liés en nombre fini
- ✓ $V_0 < E$: états de diffusion, continuum d'énergies

http://www.phys.ens.fr/~dalibard/PHY311/2012/PHY311_cours4.pdf

Puits de potentiel semi-infini

Comparaison puits infini / puits semi-infini



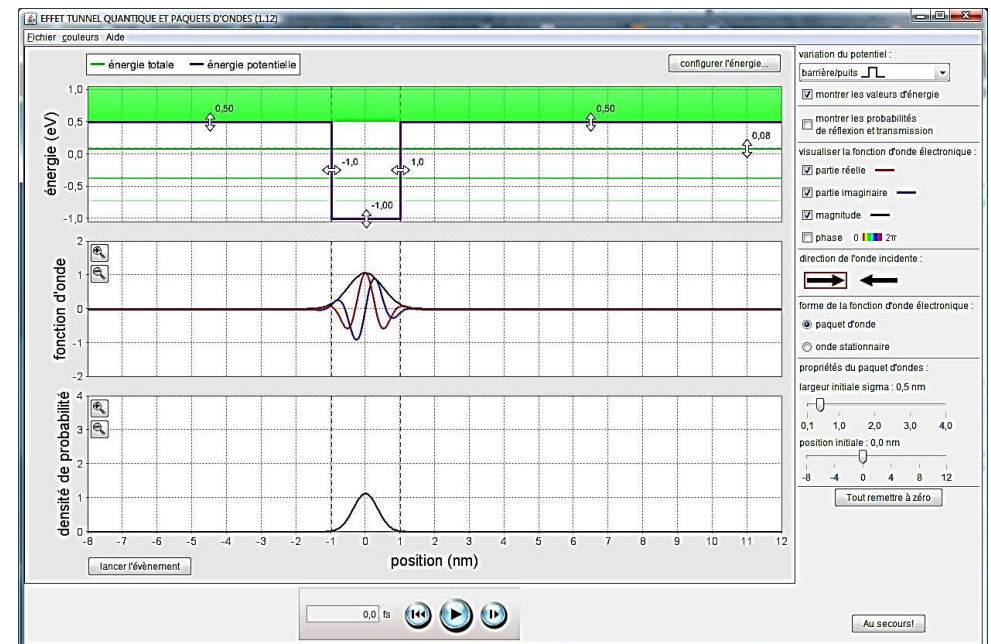
Énergie état fondamental $E_{1\infty}$

Continuum d'états libres pour $E > V_0$
 Nombre fini d'états liés pour $0 < E < V_0$
 Énergie état fondamental $E_{1\text{semi}\infty} < E_{1\infty}$
 (puits virtuellement élargi)

http://www.phys.ens.fr/~dalibard/PHY311/2012/PHY311_cours4.pdf

Niveaux d'énergie - Paquet d'onde dans un puits (complément)

Simulation - Applet : <https://phet.colorado.edu/fr/simulation/legacy/quantum-tunneling>



→ Exercice n°3