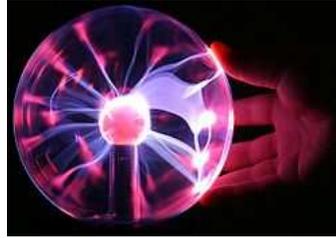


Ondes transverses dans un plasma dilué

Etat plasma

Dans un gaz soumis à un champ électrique assez fort (30 kV/cm pour l'air), à des températures assez élevées, à un flux de particules ou à un champ électromagnétique très intense, des électrons libres et des ions positifs peuvent apparaître : le gaz est ionisé.

Lorsque le nombre d'électrons par unité de volume est comparable à celui des molécules neutres, le **gaz ionisé** devient alors un **fluide très conducteur** qu'on appelle **plasma**.

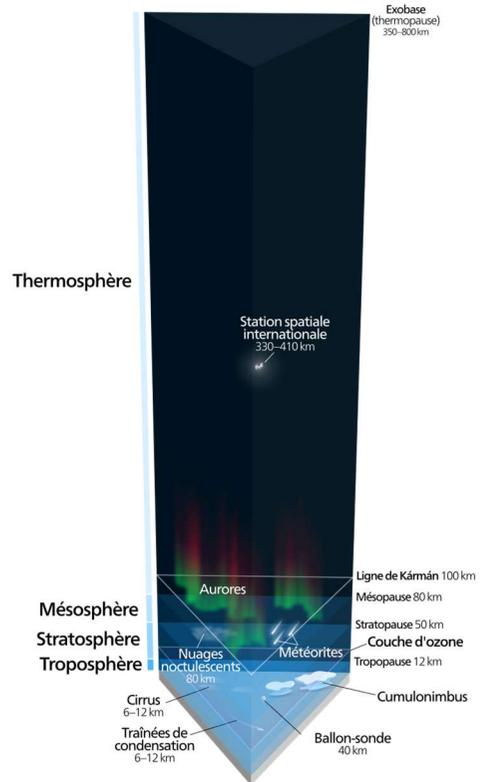


https://fr.wikipedia.org/wiki/Lampe_%C3%A0_plasma

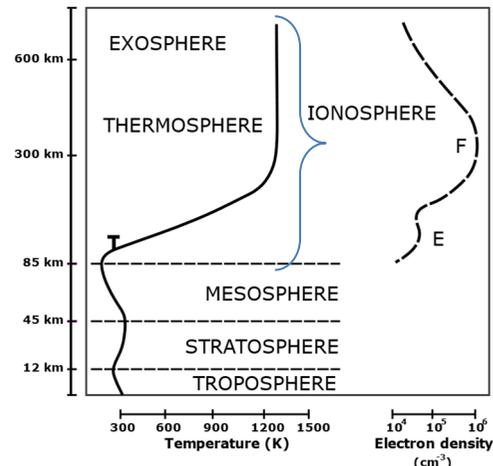
99% de l'univers est sous forme **plasma** mais nous habitons le 1% restant...

A 50 km au-dessus de nous, l'état plasma est omniprésent :

- dans l'**ionosphère** partiellement ionisée par les rayonnements solaires UV (400 à 100 nm) et X (10 pm à 10 nm ou 100 eV à qq 1000 eV) ;
- dans la **magnétosphère** (800 à 100 km d'altitude, région dans laquelle les phénomènes physiques sont dominés ou organisés par le champ magnétique) qui fait barrière au vent solaire (flux de particules constituées essentiellement d'ions et d'électrons éjectés de la haute atmosphère du Soleil) ;
- dans l'héliosphère (zone où règnent les vents solaires) puis dans l'espace...



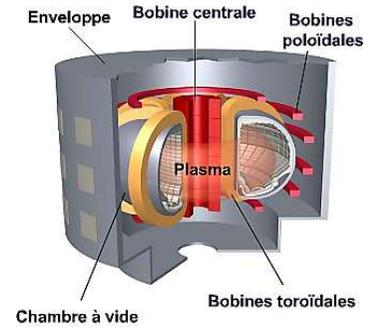
https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Earth%27s_atmosphere.svg



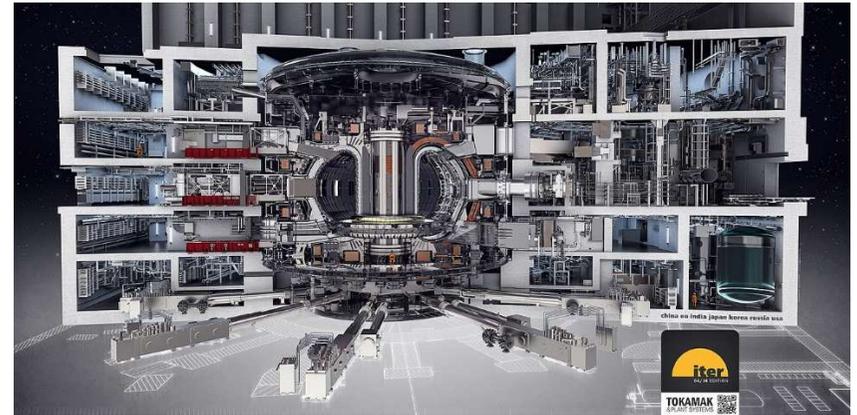
<https://en.wikipedia.org/wiki/Ionosphere>

L'état plasma existe également sur terre, par exemple les éclairs engendrent un plasma.

Il est utilisé dans les machines à fusion nucléaire par confinement magnétique (ITER), dans les appareils de stérilisation (plasmas « froids » $T < 10^5$ K) ou dans les traitements de surface, l'industrie électronique...



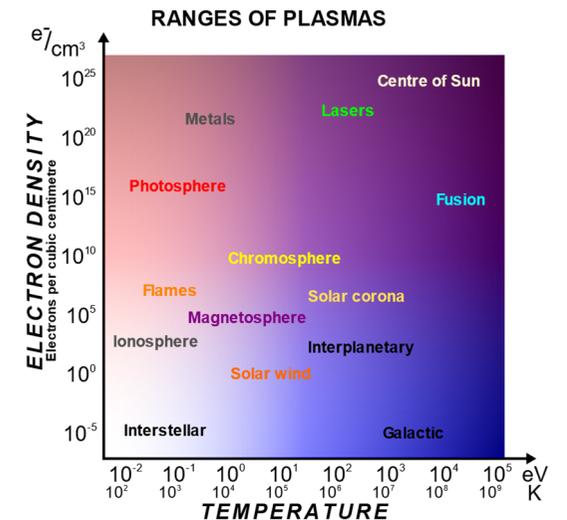
<http://www-fusion-magnetique.cea.fr/fusion/principes/principes03.htm>



<https://fr.wikipedia.org/wiki/ITER>

Il existe une très grande variété de plasmas (ci-contre) et donc de comportement des ondes dans ces milieux.

Il existe des ondes qui propagent un champ électrique mais pas de champ magnétique, des ondes qui propagent un champ électrique associé à une onde sonore, des ondes non transverses (le champ électrique possède une composante dans la direction de propagation)...



https://fr.wikipedia.org/wiki/%C3%89tat_plasma

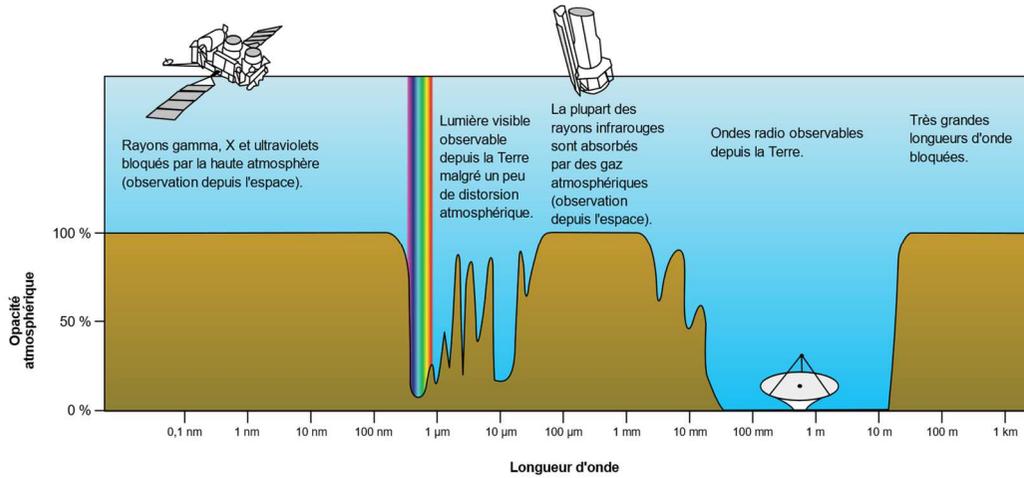
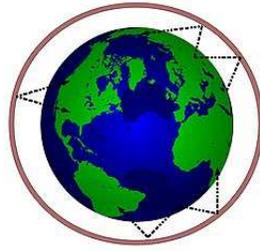
Plasma ionosphérique et télécommunications

Le plasma ionosphérique joue un rôle crucial dans la propagation (ou non) des ondes électromagnétiques sur terre et entre la Terre et l'espace.

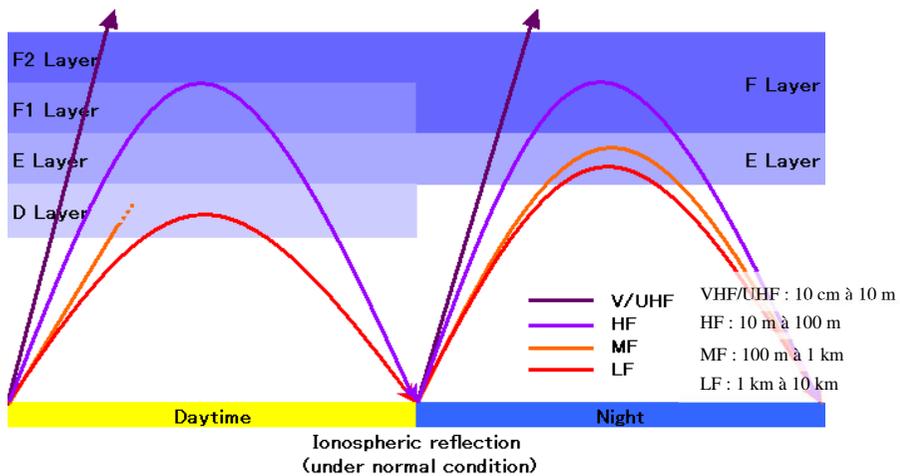
<https://en.wikipedia.org/wiki/Skywave>

L'atmosphère terrestre peut être transparente ou opaque aux rayonnements électromagnétiques en fonction de la longueur d'onde : les coefficients de réflexion-transmission R et T dépendent de la fréquence.

Certaines fréquences peuvent donc être réfléchies par l'ionosphère autorisant ainsi des communications très longue distance (au-delà de l'horizon).



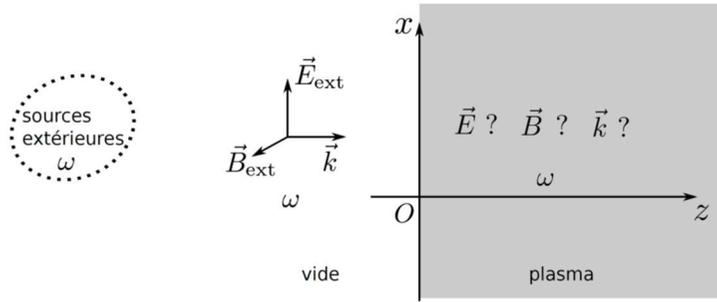
https://fr.wikipedia.org/wiki/Propagation_ionosph%C3%A9rique



https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Ionospheric_reflectionDay_and_Night.PNG

Propagation des ondes dans un milieu autre que le vide

Objectif : déterminer le champ électromagnétique à l'intérieur du milieu lorsqu'une onde arrive à l'interface air (vide) / milieu étudié.



Comprendre : la propagation de l'onde dans le milieu peut engendrer des densités de charges ρ et de courants de densité \vec{j} donc le champ \vec{E} à l'intérieur du milieu est la **résultante** du **champ extérieur** et du **champ créé par les charges et les courants**.

Les **équations de Maxwell** ne suffisent pas pour résoudre le problème, il faut également disposer d'un **modèle de comportement** pour le milieu considéré (décrivant la densité de charges ρ et la densité de courants \vec{j}). L'équation ainsi obtenue est appelée **relation constitutive** du milieu.

De même, en thermodynamique le 1^{er} et le 2nd principe ne suffisent pas, les fluides doivent être modélisés. En mécanique, les interactions ; en électronique, les composants doivent être modélisés.

Modèle du plasma dilué – Relation constitutive

La relation constitutive du milieu est obtenue en appliquant la seconde loi de Newton aux particules chargées présentes dans le plasma sous les hypothèses suivantes.

Hypothèses et approximations

1. Particules non relativistes : $v \ll c$.
2. Poids des particules négligé devant la partie électrique de la force de Lorentz : $P \ll qE$.
3. Force magnétique négligée devant la force électrique dans Lorentz : $\frac{\|\vec{v} \wedge \vec{B}\|}{\|\vec{E}\|} \ll 1$.
4. Ions immobiles.
5. **Plasma dilué** : on néglige les interactions à courte portée entre la particule étudiée et les charges les plus proches (on néglige en particulier les chocs, il n'y a donc pas lieu de tenir compte d'une force de frottement comme dans le modèle de Drude). Cependant, il y a bien interaction entre la particule étudiée et les particules du plasma en général car les particules sont soumises au champ résultant (cf. encadré vert ci-dessus).
6. On cherche un **champ transverse** de la forme : $\vec{E}(M, t) = \vec{E}_0 e^{j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$ où $\vec{k} = k\vec{u}$ avec k a priori **complexe** et $\vec{E}_0 \perp \vec{k}$ (champ transverse, cf. schéma ci-dessus).

Conséquences (résumé)

L'hypothèse onde transverse électrique impose la neutralité du plasma : $\rho = 0$.
 Dans un plasma dilué, le champ électromagnétique met en mouvement les électrons et il apparaît une densité de courants : $\vec{j} = \underline{\sigma} \vec{E}$.

Avec $\underline{\sigma} = \frac{n_e e^2}{j\omega m_e}$ **imaginaire pure** où n_e est la densité volumique des électrons et m_e la masse d'un électron.

La relation de structure s'écrit $\vec{B} = \frac{k}{\omega} \vec{u} \wedge \vec{E} = \underline{n} \frac{\vec{u} \wedge \vec{E}}{c}$ avec $\underline{n} = \frac{k}{k_0}$ indice complexe.

La relation de dispersion s'écrit : $\underline{k}^2 = \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{c^2}$ avec $\omega_p = \sqrt{\frac{n_e e^2}{\epsilon_0 m_e}}$, **pulsation plasma**.

On distingue deux cas :

➤ $\omega > \omega_p \Rightarrow k$ réel donc propagation possible : **domaine de transparence**

$$v_\phi = \frac{\omega}{k'} = \frac{c}{\sqrt{1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2}} > c \text{ (possible : aucune énergie associée à la vitesse de phase).}$$

$$n = \frac{c}{v_\phi} = \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2} < 1 \text{ (inhabituel...)}$$

➤ $\omega < \omega_p \Rightarrow k$ imaginaire pur donc propagation impossible : **domaine réactif**

Il y a réflexion à l'interface air (vide) / plasma : $R = 1$.
 Onde **évanescence**.

Aspects énergétiques

Dans tous les cas, la conductivité étant imaginaire pure, la puissance volumique moyenne reçue par les charges du plasma est nulle : $\langle \vec{j} \cdot \vec{E} \rangle = 0$.

Les pages suivantes font le lien avec les phénomènes de dispersion/absorption rencontrés lors de l'étude des ondes mécaniques (corde vibrante) et électrique (câble coaxial) et précisent la notion d'indice complexe.

Ondes électromagnétiques dans un plasma dilué

Les équations de Maxwell permettent d'établir les résultats suivants.

Neutralité du plasma

💡 Equation de Maxwell-Gauss et **hypothèse OPPH transverse électrique** $\vec{E} \perp \vec{k}$
 \Rightarrow **plasma neutre** : $\rho = 0$

Structure du champ électromagnétique

🖋 Equation de Maxwell-Flux $\Rightarrow \vec{B} \perp \vec{u}$: le champ \vec{B} est également orthogonal à la direction de propagation, on dit que l'OPPH est transverse magnétique.

Relation de structure (avec \vec{k} et ω) : $\vec{B} = \frac{k}{\omega} \vec{u} \wedge \vec{E}$: $(\vec{u}, \vec{E}, \vec{B})$ forment un trièdre direct.

Relation de dispersion – Vitesse de phase

🖋 Equation de Maxwell-Ampère, relation de structure et **relation constitutive** \Rightarrow

Relation de dispersion : $\vec{k}^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - j\omega\mu_0\sigma \in \mathbb{C}$. On pose donc $\vec{k} = k' + jk''$

📖 k' est lié à la **propagation** et à la **dispersion** : $v_\phi(\omega) = \frac{\omega}{k'(\omega)}$ et k'' est lié à l'**atténuation**.

Indice complexe

Indice complexe

📖 On appelle **indice complexe** d'un milieu la grandeur \underline{n} telle que :

$$\vec{k} = \underline{n} k_0 \Leftrightarrow \underline{n} = \frac{k}{k_0} \quad \text{où } k_0 = \frac{\omega}{c} \quad (\text{vecteur d'onde dans le vide})$$

Indices de dispersion et d'absorption

La relation $\vec{k} = k' + jk''$ conduit à écrire de façon analogue :

$\underline{n} = n' + jn''$ où : n' est l'**indice de dispersion** $n' = \text{Re}(\underline{n})$;
 n'' est l'**indice d'absorption** $n'' = \text{Im}(\underline{n})$. **Milieu transparent** : $n'' = 0$.

Relation de structure en fonction de \underline{n}

📖 **Relation de structure (avec \underline{n} et c)** : $\vec{B} = \underline{n} \frac{\vec{u} \wedge \vec{E}}{c}$.

📖 **Relation indice optique / vitesse de phase** : $n' = \frac{c}{v_\phi}$

Isolants

On admet que dans les **diélectriques (isolants)** tels que l'air, le verre, les verres synthétiques, les plastiques, l'eau... ces relations sont conservées.

Dans le cas de matériaux **transparents**, l'absorption est négligeable : **l'indice est réel**.

$\underline{n} = n'$ est alors noté n et on a, en norme : $B = n \frac{E}{c}$.

Lien avec l'optique ondulatoire

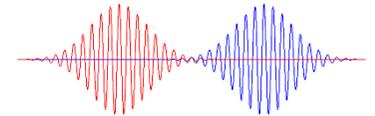
La relation $n'(\omega) = \frac{c}{v_\phi(\omega)}$ dépend donc du milieu (cf. loi de Cauchy $n(\lambda_0) = A + \frac{B}{\lambda_0^2}$ dans

les diélectriques, responsable de la dispersion dans un prisme).

Dispersion / absorption – Vitesse de phase et vitesse de groupe

Milieu non dispersif et non absorbant : $v_\phi = c \quad \forall \omega \Rightarrow v_g = v_\phi = c$

Toutes les composantes sinusoïdales se propagent à la même vitesse : le paquet d'onde se propage sans déformation dans l'espace et dans le temps à la même vitesse c .



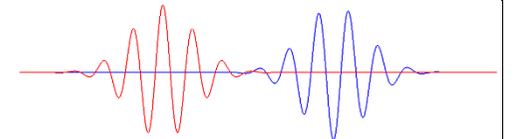
Milieu faiblement dispersif et non absorbant, l'onde est de la forme :

$$\underline{s}(x, t) = E(t - x/v_g) e^{j(\omega_0 t - k_0 x)}$$

➤ $E(t - x/v_g)$ **onde enveloppe** se propageant à $v_g = \left(\frac{d\omega}{dk} \right)_{\omega=\omega_0}$ **vitesse de groupe**

➤ $e^{j(\omega_0 t - k_0 x)}$ **onde moyenne** se propageant à $v_\phi = \frac{\omega_0}{k_0}$ **vitesse de phase**

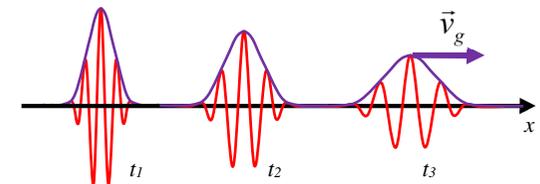
Les composantes sinusoïdales se propagent à des vitesses différentes : **le paquet d'ondes se propage en se déformant** même si ni l'enveloppe ni l'onde moyenne ne se déforment.



Milieu fortement dispersif et non absorbant : le **paquet d'ondes s'élargit et s'atténue** même en l'absence d'absorption.

Relations de Fourier :

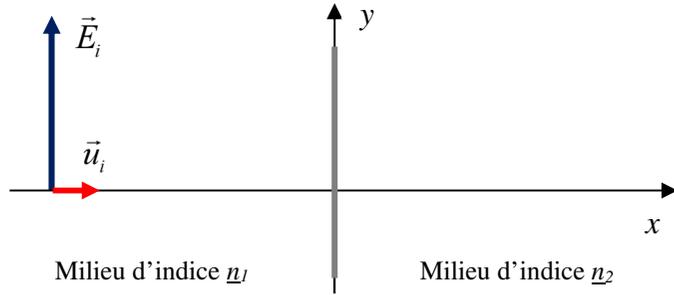
$$\Delta\omega\Delta t \approx 1 \quad \text{et} \quad \Delta k\Delta x \approx 1.$$



Réflexion et transmission en incidence normale

On considère deux demi-espaces d'indices complexes \underline{n}_1 et \underline{n}_2 séparés par le dioptré plan d'équation $x = 0$ et une onde électromagnétique plane progressive monochromatique se propageant dans la direction \vec{e}_x (arrivant donc sous incidence normale sur le dioptré) polarisée rectilignement selon \vec{e}_y .

On prend l'origine des phases pour le champ incident en $x = 0$ à $t = 0$ et on note E_{0i} l'amplitude du champ électrique dans ce plan à cet instant.



Conditions aux limites (admisses)

On admet la continuité du champ électrique et du champ magnétique à l'interface entre les deux milieux.

Coefficients de réflexion et de transmission en amplitude

$$r_{1 \rightarrow 2} = \frac{E_{0r}}{E_{0i}} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \in \mathbb{C}$$

$$t_{1 \rightarrow 2} = \frac{E_{0tr}}{E_{0i}} = \frac{2n_1}{n_1 + n_2} \in \mathbb{C}$$

Diélectriques : coefficients réels

Les ondes réfléchies et réfractées sont polarisées rectilignement dans la même direction que l'onde incidente (car la polarisation choisie est orthogonale au plan d'incidence ; cf. incidence de Brewster).

$$r_{1 \rightarrow 2} = \frac{E_{0r}}{E_{0i}} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \in \mathbb{R} \quad t_{1 \rightarrow 2} = \frac{E_{0tr}}{E_{0i}} = \frac{2n_1}{n_1 + n_2} \in \mathbb{R}$$

Optique : déphasage de π lors d'une réflexion « vitreuse » ($n_1 < n_2$ donc $r_{1 \rightarrow 2} < 0$)
 \Rightarrow Différence de marche supplémentaire $\delta_{sup} = \lambda/2$ en optique).

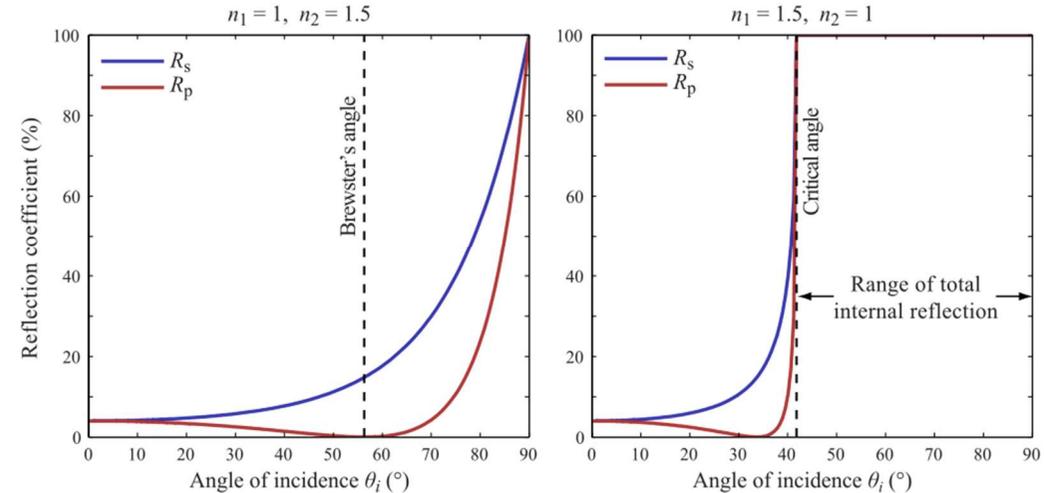
$$R_{1 \rightarrow 2} = \frac{\|\langle \vec{\Pi}_r \rangle\|}{\|\langle \vec{\Pi}_i \rangle\|} = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2 \quad \text{et} \quad T_{1 \rightarrow 2} = \frac{\|\langle \vec{\Pi}_t \rangle\|}{\|\langle \vec{\Pi}_i \rangle\|} = \frac{4n_1 n_2}{(n_1 + n_2)^2}$$

La conservation de la puissance incidente s'exprime par : $R_{1 \rightarrow 2} + T_{1 \rightarrow 2} = 1$.

Ordres de grandeur : réflexion air / verre $R_{1 \rightarrow 2} \approx 0,04$ et $T_{1 \rightarrow 2} \approx 0,96$.

Complément (hors pgm)

Coefficient R en fonction de l'angle d'incidence (polarisation **TE** et **TM**) pour une réflexion vitreuse :



http://en.wikipedia.org/wiki/Fresnel_equations

Vocabulaire :

Polarisation TE (indice s en anglais) = $\vec{E} \perp$ au plan d'incidence ;

Polarisation TM (indice p en anglais) = $\vec{E} \parallel$ au plan d'incidence.