Température du sol (ondes thermiques)

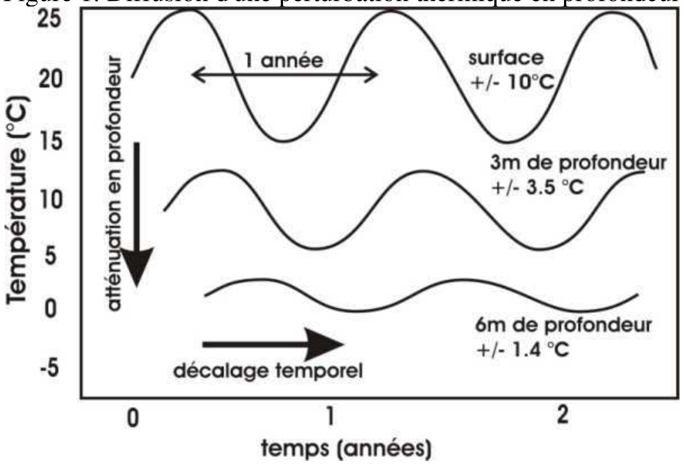
Analyse documentaire

Diffusion des perturbations, atténuation et décalage temporel

[…], les variations annuelles de la température du sol, disons ± *10°C*, se diffusent en profondeur à une vitesse verticale de *1,5 m/mois*, tout en s'atténuant. Par exemple, le maximum estival (*+10°C* début août, par exemple) se traduira à une profondeur de *3 m* par une perturbation maximum de *3,5°C*, mais que l'on mesurera *2* mois après ; à *6 m* de profondeur, le maximum de la perturbation atteindra *1,4°C* et sera mesuré début décembre (sur la figure 1, les courbes sont décalées par souci de lisibilité, mais les amplitudes des variations sont respectées). Ces valeurs numériques dépendent des caractéristiques de la perturbation étudiée (son âge et sa durée).

Une perturbation climatique jouant sur 100 ans pénétrera dix fois plus profondément que la variation annuelle, mais à une vitesse dix fois moindre ; une perturbation durant 10.000 ans pénétrera 100 fois plus profondément qu'une perturbation annuelle mais à une vitesse 100 fois moindre. Ainsi, on distingue l'effet des dernières glaciations (environ 20.000 ans) à des profondeurs de plus de mille mètres. Bien entendu, afin de pouvoir déchiffrer ces perturbations paléoclimatiques parmi les autres perturbations potentielles, il faut utiliser les profils thermiques les plus stables possibles, et ceux pour lesquels la précision des mesures est maximale (généralement autour de *0,005°C*).

Figure 1. Diffusion d'une perturbation thermique en profondeur



http://planet-terre.ens-lyon.fr/article/profil-thermique-sol.xml

- Les données du 1er paragraphe sont-elles cohérentes entre elles ? Commenter.
- Justifier les valeurs données dans le second paragraphe.

On trouve dans une célèbre encyclopédie en ligne les coefficients de diffusion suivants : $D_{argile} = 1{,}00\ 10^{-6}\ m^2s^{-1}$; $D_{granit} = 1{,}18\ 10^{-6}\ m^2s^{-1}$.

- Ces valeurs sont-elles en accord avec celle déduite des données du site précédent ?

Modélisation

Énoncé type QC – Oral – 5/2

Déterminer les distances caractéristiques des fluctuations journalières et annuelles de température dans le sol.

Énoncé détaillé

On modélise la terre par un demi-espace $x > 0$ homogène de masse volumique $\mu \approx 2700\ kgm^{-3}$, de capacité thermique $c \approx 1\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$ et de conductivité thermique $\lambda \approx 2{,}7\ Wm^{-1}K^{-1}$.
Les variations de température dues à l'alternance jour-nuit et à l'alternance des saisons est modélisée par la formule :

$$T(x=0,\ t) = T_0 + T_1 \cos\omega_1 t + T_2 \cos\omega_2 t.$$

Avec $T_0 \approx T_1 \approx T_2 \approx 10°C$ et $\omega_1 = 2\pi/\tau_1$, $\omega_2 = 2\pi/\tau_2$ ($\tau_1 = 1\ jour$ et $\tau_2 = 365\ j$).

Rappel : $-j = \dfrac{(1-j)^2}{2}$.

1. Déterminer la diffusivité thermique du sol D_{Th}.
2. Commenter le modèle adopté pour $T(0,t)$: les variations saisonnières sont-elles bien représentées ?
3. On appelle pseudo-onde plane une fonction $T(x,t)$ associée à la représentation complexe $\underline{T}(x,t) = \underline{T}_M e^{j(\omega t - kx)}$ où ω est réel et k complexe. Montrer, en utilisant le formalisme complexe, que la solution de l'équation de la chaleur est de la forme $T(x,t) = T_M e^{\pm\frac{x}{\delta}} \cos(\omega t + \varphi \pm \frac{x}{\delta})$. Exprimer δ.
4. En déduire une solution de l'équation de la chaleur dans le cas de la terre soumise aux fluctuations de température décrites par $T(x=0,\ t) = T_0 + T_1 \cos\omega_1 t + T_2 \cos\omega_2 t$.
5. En déduire les distances caractéristiques de l'amortissement des ondes journalières et des ondes annuelles. À quelle profondeur doit-on enterrer les canalisations ?