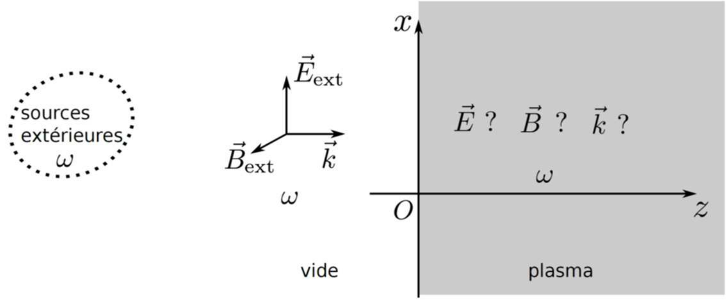
Ondes dans les métaux

Propagation des ondes dans un milieu autre que le vide

Objectif : déterminer le champ électromagnétique à l'intérieur du milieu lorsqu'une onde arrive à l'interface air (vide) / milieu étudié.



Comprendre : la propagation de l'onde dans le milieu peut engendrer des densités de charges ρ et de courants de densité $\vec{j}$ donc le champ $\vec{E}$ à l'intérieur du milieu est la ***résultante*** du ***champ extérieur*** et du ***champ créé par les charges et les courants***.

Les ***équations de Maxwell*** ne suffisent pas pour résoudre le problème, il faut également disposer d'un ***modèle de comportement*** pour le milieu considéré (décrivant la densité de charges ρ et la densité de courants $\vec{j}$). L'équation ainsi obtenue est appelée ***relation constitutive*** du milieu.

De même, en thermodynamique le 1er et le 2nd principe ne suffisent pas, les fluides doivent être modélisés. En mécanique, les interactions ; en électronique, les composants doivent être modélisés.

Fréquences électroniques – Modélisation du métal dans l'ARQS *(cf. cours conduction)*

La relation constitutive du milieu est obtenue en appliquant la seconde loi de Newton aux électrons dans le métal dans le cadre du ***modèle de Drude***.

Hypothèses et approximations

1. Electrons non relativistes : $v \ll c$.
2. Poids des électrons négligé devant la partie électrique de la force de Lorentz : $P \ll qE$.
3. Force magnétique négligée devant la force électrique dans Lorentz : $\dfrac{\|\vec{v} \wedge \vec{B}\|}{\|\vec{E}\|} \ll 1$.
4. Ions du réseau immobiles.
5. Modèle de Drude : force de frottement sur un électron $-\dfrac{m_e}{\tau}\vec{v}$.
6. Champ $\vec{E}$ de période $T \gg \tau \approx 10^{-14}$ s : le milieu réagit instantanément aux variations du champ aux fréquences électrocinétiques (ARQS).

Conséquences (résumé) – Effet de peau

Dans le métal, le champ électromagnétique met en mouvement les électrons et il apparaît une densité de courants : $\vec{j} = \sigma\vec{E}$.

Avec $\sigma = \sigma_0 = \dfrac{n_e e^2 \tau}{m_e}$ ***réelle*** pour des fréquences $f \ll 10^{14}$ Hz où n_e est la densité volumique des électrons et m_e la masse d'un électron. $\sigma \approx 10^8$ Sm^{-1}.

La neutralité du métal $\rho = 0$ résulte de l'équation de Maxwell-Gauss, de l'équation de conservation de la charge et de la loi d'Ohm locale.

Pour ces fréquences, $\left\|\varepsilon_0 \dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t}\right\| \ll \|\vec{j}\|$. Ces deux conditions $\Rightarrow$ $\Delta\vec{E} - \mu_0\sigma_0 \dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t} = 0$ (diffusion).

Pour $f \ll 10^{14}$ Hz, la relation de dispersion $\underline{k}^2 = \dfrac{\omega^2}{c^2} - j\omega\mu_0\sigma_0$ devient : $\underline{k}^2 = -j\omega\mu_0\sigma_0$.

$\underline{k}$ peut s'écrire sous la forme : $\underline{k} = \pm\dfrac{1-j}{\delta}$ où $\delta = \sqrt{\dfrac{2}{\mu_0\omega\sigma_0}}$ « ***épaisseur de peau*** » : le champ pénètre dans le métal sur une distance de quelques δ seulement (atténuation exponentielle).

Pour le cuivre à 50 Hz, $\delta \approx$ quelques mm.

$\langle \vec{j}\cdot\vec{E}\rangle = \sigma_0 \langle E^2\rangle > 0$: le métal reçoit de l'énergie de la part du champ, cette énergie est dissipée par effet Joule.

Dans la limite du conducteur parfait ($\sigma \to \infty$), le métal se comporte comme un miroir ($R = 1$ et $T = 0$).

Fréquences optiques – Modélisation du métal hors ARQS

La relation constitutive est obtenue en appliquant la seconde loi de Newton aux électrons dans le métal dans le cadre du ***modèle de Drude*** (hypothèses identiques sauf la dernière : $f \approx 10^{15}$ Hz).

Soumis à un champ $\underline{\vec{E}} = \underline{\vec{E}}_0 e^{j(\omega t - \underline{\vec{k}}\cdot\vec{r})}$ le métal reste neutre ($\rho = 0$) et acquiert une conductivité ***complexe*** : $\underline{\sigma} = \dfrac{\sigma_0}{1 + j\omega\tau}$ avec $\sigma_0 = \dfrac{n_e e^2 \tau}{m_e}$.

La relation de dispersion $\underline{k}^2 = \dfrac{\omega^2}{c^2} - j\omega\mu_0\underline{\sigma}$ peut s'écrire $\underline{k}^2 = \dfrac{\omega^2 - \omega_P^2}{c^2}$ avec $\omega_P = \sqrt{\dfrac{\sigma_0}{\varepsilon_0\tau}}$.

Tout se passe comme si le métal se comportait comme un ***plasma*** de pulsation plasma ω_P (dans les deux cas $\rho = 0$ et $\underline{\vec{j}} = \underline{\sigma}\underline{\vec{E}}$).

On retrouve donc un ***comportement réactif dans le domaine visible*** (les métaux réfléchissent la lumière) et ***un domaine de transparence dans les UV extrêmes***.