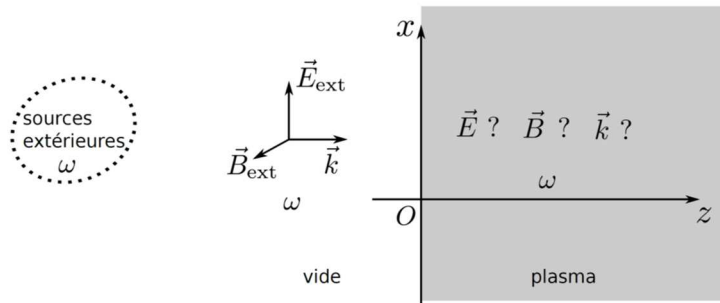


Ondes dans les métaux

Propagation des ondes dans un milieu autre que le vide

Objectif : déterminer le champ électromagnétique à l'intérieur du milieu lorsqu'une onde arrive à l'interface air (vide) / milieu étudié.



Comprendre : la propagation de l'onde dans le milieu peut engendrer des densités de charges ρ et de courants de densité \vec{j} donc le champ \vec{E} à l'intérieur du milieu est la **résultante** du **champ extérieur** et du **champ créé par les charges et les courants**.

Les **équations de Maxwell** ne suffisent pas pour résoudre le problème, il faut également disposer d'un **modèle de comportement** pour le milieu considéré (décrivant la densité de charges ρ et la densité de courants \vec{j}). L'équation ainsi obtenue est appelée **relation constitutive** du milieu.

De même, en thermodynamique le 1^{er} et le 2nd principe ne suffisent pas, les fluides doivent être modélisés. En mécanique, les interactions ; en électronique, les composants doivent être modélisés.

Fréquences électroniques – Modélisation du métal dans l'ARQS (cf. cours conduction)

La relation constitutive du milieu est obtenue en appliquant la seconde loi de Newton aux électrons dans le métal dans le cadre du **modèle de Drude**.

Hypothèses et approximations

1. Electrons non relativistes : $v \ll c$.
2. Poids des électrons négligé devant la partie électrique de la force de Lorentz : $P \ll qE$.
3. Force magnétique négligée devant la force électrique dans Lorentz : $\frac{\|\vec{v} \wedge \vec{B}\|}{\|\vec{E}\|} \ll 1$.
4. Ions du réseau immobiles.
5. Modèle de Drude : force de frottement sur un électron $-\frac{m_e}{\tau} \vec{v}$.
6. Champ \vec{E} de période $T \gg \tau \approx 10^{-14}$ s : le milieu réagit instantanément aux variations du champ aux fréquences électrocinétiques.

Conséquences (résumé) – Effet de peau

Dans le métal, le champ électromagnétique met en mouvement les électrons et il apparaît une densité de courants : $\vec{j} = \sigma \vec{E}$.

Avec $\sigma = \sigma_0 = \frac{n_e e^2 \tau}{m_e}$ **réelle** pour des fréquences $f \ll 10^{14}$ Hz où n_e est la densité volumique des électrons et m_e la masse d'un électron. $\sigma \approx 10^8$ Sm⁻¹.

La **neutralité** du métal $\rho = 0$ résulte de l'équation de Maxwell-Gauss, de l'équation de conservation de la charge et de la loi d'Ohm locale.

Pour ces fréquences, $\left\| \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right\| \ll \|\vec{j}\|$. Ces deux conditions $\Rightarrow \Delta \vec{E} - \mu_0 \sigma_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = 0$ (diffusion).

Pour $f \ll 10^{14}$ Hz, la relation de dispersion $\underline{k}^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - j\omega\mu_0\sigma_0$ devient : $\underline{k}^2 = -j\omega\mu_0\sigma_0$.

\underline{k} peut s'écrire sous la forme : $\underline{k} = \pm \frac{1-j}{\delta}$ où $\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0\omega\sigma_0}}$ « **épaisseur de peau** » : le champ

pénètre dans le métal sur une distance de quelques δ seulement (atténuation exponentielle).

Pour le cuivre à 50 Hz, $\delta \approx$ quelques mm.

$\langle \vec{j} \cdot \vec{E} \rangle = \sigma_0 \langle E^2 \rangle > 0$: le métal reçoit de l'énergie de la part du champ, cette énergie est dissipée par effet Joule.

Dans la limite du conducteur parfait ($\sigma \rightarrow \infty$), le métal se comporte comme un miroir ($R = 1$ et $T = 0$).

Fréquences optiques – Modélisation du métal hors ARQS

La relation constitutive est obtenue en appliquant la seconde loi de Newton aux électrons dans le métal dans le cadre du **modèle de Drude** (hypothèses identiques sauf la dernière : $f \approx 10^{15}$ Hz).

Soumis à un champ $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$ le métal reste neutre ($\rho = 0$) et acquiert une conductivité

complexe : $\underline{\sigma} = \frac{\sigma_0}{1 + j\omega\tau}$ avec $\sigma_0 = \frac{n_e e^2 \tau}{m_e}$.

La relation de dispersion $\underline{k}^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - j\omega\mu_0\underline{\sigma}$ peut s'écrire $\underline{k}^2 = \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{c^2}$ avec $\omega_p = \sqrt{\frac{\sigma_0}{\varepsilon_0 \tau}}$.

Tout se passe comme si le métal se comportait comme un **plasma** de pulsation plasma ω_p (dans les deux cas $\rho = 0$ et $\vec{j} = \sigma \vec{E}$).

On retrouve donc un **comportement réactif dans le domaine visible** (les métaux réfléchissent la lumière) et un **domaine de transparence dans les UV extrêmes**.