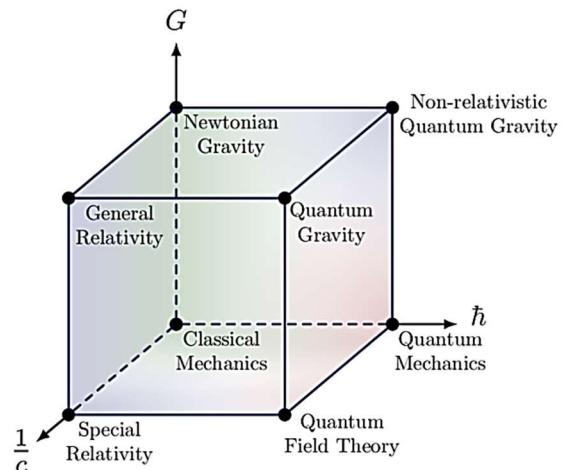
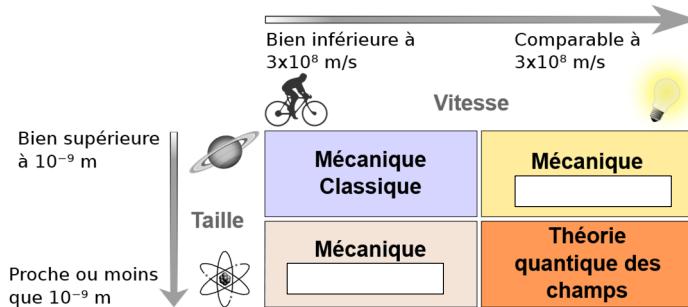


Mécanique en référentiel non galiléen

Théories physiques – Domaines de validité

De façon simplifiée, on distingue différentes théories en fonction de leur domaine de validité :



☰ Mécanique classique Newtonienne (au sens non relativiste) :

Référentiel

☰ Un référentiel est un de référence (par rapport auquel le mouvement sera décrit) muni d'une horloge.

☰ En **mécanique** (i.e. non relativiste), **le temps est** : toutes les horloges synchronisées donnent le même temps. C'est pour cette raison qu'il ne sera plus fait mention d'horloges dans la suite.

☰ Un référentiel **galiléen** ou **inertiel** est un référentiel dans lequel On démontre que tout référentiel en mouvement de **translation rectiligne et uniforme par rapport à un référentiel galiléen** est lui-même galiléen : il existe donc une infinité de référentiels galiléens. *Les lois de la mécanique sont par changement de référentiel galiléen : ce postulat constitue le principe de la relativité galiléenne.*

Dans un référentiel **non galiléen** ou **non inertiel**, qui est donc animé d'un **mouvement** par rapport à un référentiel galiléen, il faut faire intervenir les **forces d'inertie** parfois appelées **pseudo-forces** car elles ne sont pas associées à une interaction entre le corps étudié et un autre corps.

💡 En pratique, un référentiel lié à un solide réel ne peut être qu'approximativement, localement et momentanément galiléen (cf. chapitre sur le référentiel terrestre).

Position – Vitesse – Accélération

On considère un référentiel \mathcal{R}' en mouvement quelconque par rapport à un référentiel \mathcal{R} .

Soit M un point mobile par rapport à ces deux référentiels.

Les positions successives de M au cours du temps sont notées $M(t_i)$.

Repères vs référentiels

On note \mathcal{R} un repère d'origine O dans \mathcal{R} et \mathcal{R}' un repère d'origine O' dans \mathcal{R}' .

💡 Il est possible de choisir n'importe quel repère dans \mathcal{R} (ou \mathcal{R}') : repère cartésien *lié au référentiel*, i.e. *fixe* par rapport au référentiel ou cylindrique ou sphérique, i.e. *mobile* par rapport au référentiel. Il convient donc de bien distinguer repère et référentiel.

💡 En pratique, on choisit le repère de manière à simplifier au maximum la description du mouvement dans le référentiel choisi (i.e. diminuer au maximum le nombre de paramètres de position nécessaires pour définir le vecteur position).

Vecteurs position dans les deux référentiels

☰ Le **vecteur position** du point mobile M dans un référentiel est défini à partir d'un **point fixe quelconque** dans de référentiel : \overrightarrow{OM} (souvent noté \vec{r}) est le vecteur position de M dans \mathcal{R} et $\overrightarrow{O'M}$ est le vecteur position de M dans \mathcal{R}' .

💡 Un vecteur (et donc une distance) est *indépendant du référentiel* dans lequel ses coordonnées sont exprimées. Par contre, **la trajectoire dépend du référentiel** : les positions de M par rapport à O ou les positions de M par rapport à O' ne dessinent pas la même courbe.

Vecteurs position dans les deux référentiels

💡 Vitesse du point M par rapport au référentiel \mathcal{R} :

Vitesse du point M par rapport au référentiel \mathcal{R}' :

💡 Dans ces notations, \mathcal{R} et \mathcal{R}' sont appelés *référentiels de définition* ou *référentiels de dérivation* :

Par exemple, dans \mathcal{R} les vecteurs du repère $R = (O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ sont indépendants du temps mais dans \mathcal{R}' ce ne serait pas le cas en général (réciproquement, les vecteurs du repère $R' = (O, \vec{e}'_x, \vec{e}'_y, \vec{e}'_z)$ sont indépendants du temps dans \mathcal{R}' mais pas dans \mathcal{R}).

⚠ Ces notations sont impératives afin d'éviter toute ambiguïté.

Vecteurs accélération dans les deux référentiels

💡 Accélération du point M par rapport au référentiel \mathcal{R} :

Accélération du point M par rapport au référentiel \mathcal{R}' :

Point coïncident – Mouvement d'entraînement d'un référentiel par rapport à un autre

💡 **Point coïncident** à l'instant $t = t_i$: point $P(t_i)$, lié au référentiel \mathcal{R}' , qui coïncide avec le point mobile étudié $M(t_i)$.

💡 Il s'agit d'un point, éventuellement virtuel, défini à chaque instant t_i , lié au référentiel \mathcal{R}' .

Autrement dit, par définition, la vitesse du point coïncident dans le référentiel \mathcal{R}' est nulle : $\vec{v}(P / \mathcal{R}') \stackrel{\text{def}}{=} \vec{0}$.

💡 **Mouvement d'entraînement** à $t = t_i$:

💡 **Vitesse** (resp. **accélération**) *d'entraînement* :

On la note :

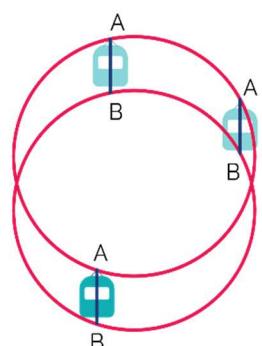
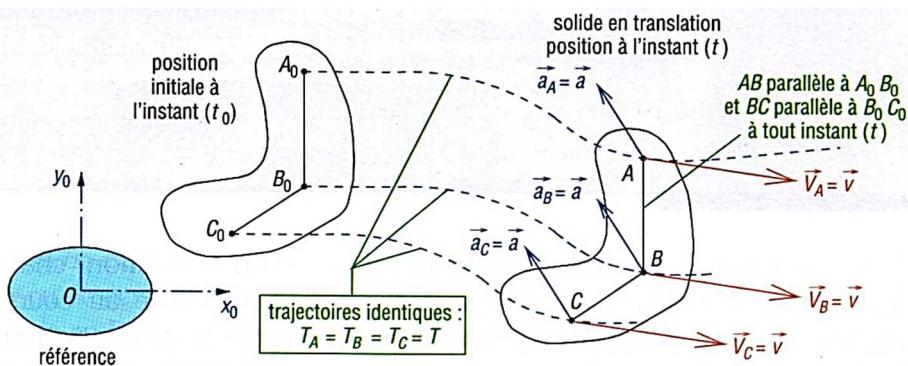
Ces définitions sont valables quel que soit le mouvement d'entraînement.

⚠ $\vec{a}_e(M) \neq \frac{d\vec{v}_e(M)}{dt}$ en général (sauf dans le cas où \mathcal{R}' est en translation par rapport à \mathcal{R}).

⚠ Remarque : il existe des formules permettant d'exprimer la vitesse et l'accélération d'entraînement en toute généralité mais ces formules sont hors programme et leur utilisation est sanctionnée aux concours car les deux seuls cas au programme ne nécessitent pas d'y recourir.

1^{er} cas - \mathcal{R}' en translation rectiligne (uniforme ou non) par rapport à \mathcal{R}

Par définition d'un mouvement de *translation*, les vitesses par rapport à \mathcal{R} de tous les points du référentiel \mathcal{R}' sont égales à un instant donné : le mouvement d'entraînement est donc défini par l'un quelconque des points de \mathcal{R}' , l'origine O' par exemple.



Translation rectiligne (resp. circulaire) : les trajectoires des différents points sont des droites (resp. des cercles).

Translation rectiligne : $\vec{v}(M / \mathcal{R}) / / \vec{a}(M / \mathcal{R}) \quad \forall M \in \mathcal{R}'$

Translation rectiligne uniformément accélérée : $\vec{a}_e(M) = \vec{a}(O' / \mathcal{R}') = \overrightarrow{cte} \quad \forall M \in \mathcal{R}'$

Translation rectiligne uniforme : $\vec{v}_e(M) = \vec{v}(O' / \mathcal{R}') = \overrightarrow{cte} \quad \forall M \in \mathcal{R}' \quad \text{et} \quad \vec{a}_e(M) = \vec{a}(O' / \mathcal{R}') = \vec{0}$.

2nd cas - \mathcal{R}' en rotation uniforme à la vitesse angulaire ω par rapport à un axe Δ fixe dans \mathcal{R}

Le mouvement du point coïncident doit être décrit avec précision en fonction du paramétrage du problème.

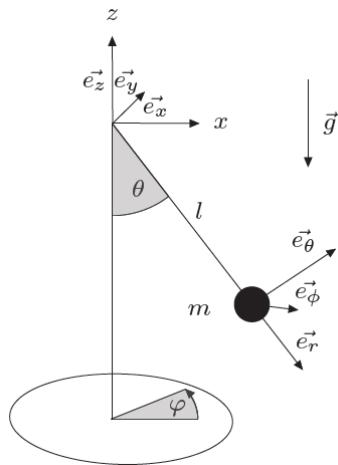
⚠ Faire systématiquement un ou plusieurs schémas.

💡 Exemple : pendule en rotation uniforme autour de l'axe Oz (l'angle θ ne reste constant au cours du temps).

Représenter l'allure de la trajectoire du point coïncident sur le schéma.

Représenter l'accélération d'entraînement sur le schéma.

Exprimer l'accélération d'entraînement en fonction des paramètres de position du schéma et d'un vecteur unitaire \vec{u} à définir.



Composition des vitesses et des accélérations

Loi de composition des vitesses

$$\vec{v}(M / \mathcal{R}) = \quad \text{avec} \quad \vec{v}_e(M) = \vec{v}(P / \mathcal{R}') = \vec{v}(M \in \mathcal{R}' / \mathcal{R})$$

Loi de composition des accélérations

$$\vec{a}(M / \mathcal{R}) = \quad \text{avec} \quad \vec{a}_e(M) = \vec{a}(P / \mathcal{R}') = \vec{a}(M \in \mathcal{R}' / \mathcal{R})$$

$$\text{et} \quad \text{où} \quad \vec{\omega}_{\mathcal{R}' / \mathcal{R}} = \omega \vec{e}_\Delta$$

accélération de ou accélération

Remarques importantes

- Mouvement de **translation**
- A **l'équilibre relatif** i.e. lorsque le point **M est à l'équilibre dans le référentiel R'**
- $\vec{a}_c = 2\vec{\omega} \wedge \vec{v}(M / \mathcal{R}') \Rightarrow \vec{a}_c$ est à la vitesse dans $\mathcal{R}' \Rightarrow \vec{a}_c$ est à la **trajectoire**.

Forces d'inertie dans un référentiel non galiléen

Force d'inertie d'entraînement :

Force d'inertie de Coriolis :

💡 **La puissance de la force de Coriolis est nulle** : elle ne travaille pas, son seul effet est donc de **modifier la trajectoire** (elle ne modifie pas la norme de la vitesse, seulement sa direction).

Rq : autres forces de puissance nulle :

Conséquence – Classe des référentiels galiléens

Par définition, dans un référentiel galiléen \mathcal{R}' , les forces d'inerties sont nulles.

$$1. \quad \vec{a}_c = \vec{0} \quad \underline{\text{le mouvement étudié}} \Rightarrow$$

$$2. \quad \vec{a}_e(M) = \vec{0} \Rightarrow$$

En conséquence tout référentiel en mouvement de est lui-même galiléen : il existe donc une infinité de référentiels galiléens.

Lois de la physique en référentiel non galiléen

2^{ème} loi de Newton – PFD – Loi de la quantité de mouvement... dans \mathcal{R}' non galiléen

Théorème du moment cinétique par rapport à un point fixe O' fixe dans \mathcal{R}' non galiléen

$$\left(\frac{d\vec{L}_{O'}(M / \mathcal{R}')}{dt} \right)_{\mathcal{R}'} = \sum \vec{m}_{O'}(\vec{f}) + \vec{m}_{O'}(\vec{f}_{ie}) + \vec{m}_{O'}(\vec{f}_{ic}) \quad \text{avec} \quad \vec{L}_{O'}(M / \mathcal{R}') = \overrightarrow{O'M} \wedge \vec{p}(M / \mathcal{R}') = \overrightarrow{O'M} \wedge m\vec{v}(M / \mathcal{R}')$$

Théorème du moment cinétique par rapport à un axe Δ fixe dans \mathcal{R}' non galiléen

$$\left(\frac{dL_\Delta(M / \mathcal{R}')}{dt} \right)_{\mathcal{R}'} = \sum \vec{m}_\Delta(\vec{f}) + \vec{m}_\Delta(\vec{f}_{ie}) + \vec{m}_\Delta(\vec{f}_{ic}) \quad \text{avec} \quad L_\Delta(M / \mathcal{R}') = \vec{L}_{O'}(M / \mathcal{R}') \cdot \vec{u}_\Delta \quad \text{et} \quad O' \in \Delta$$

Théorème de la puissance mécanique dans \mathcal{R}' non galiléen

$$\left(\frac{dE(M / \mathcal{R}')}{dt} \right)_{\mathcal{R}'} = \sum \mathcal{P}(\vec{f}_{NC}) + \mathcal{P}(\vec{f}_{ie}) \quad \text{avec} \quad E(M / \mathcal{R}') = E_C(M / \mathcal{R}') + \sum E_p \quad \text{où} \quad E_C(M / \mathcal{R}') = \frac{1}{2} m\vec{v}(M / \mathcal{R}')$$

Théorème de l'énergie mécanique dans \mathcal{R}' non galiléen

$$\Delta E(M / \mathcal{R}') = \sum W(\vec{f}_{NC}) + W(\vec{f}_{ie})$$

Théorème de la puissance cinétique dans \mathcal{R}' non galiléen

$$\left(\frac{dE_C(M / \mathcal{R}')}{dt} \right)_{\mathcal{R}'} = \sum \mathcal{P}(\vec{f}) + \mathcal{P}(\vec{f}_{ie}) \quad \text{avec} \quad E(M / \mathcal{R}') = E_C(M / \mathcal{R}') + \sum E_p \quad \text{où} \quad E_C(M / \mathcal{R}') = \frac{1}{2} m\vec{v}(M / \mathcal{R}')$$

Théorème de l'énergie cinétique dans \mathcal{R}' non galiléen

$$\Delta E_C(M / \mathcal{R}') = \sum W(\vec{f}) + W(\vec{f}_{ie})$$