

Étude de l'atténuation par un mur modélisé par un piston mobile.



Énoncé détaillé

Pour étudier l'atténuation sonore introduite par un mur, on adopte le modèle sommaire suivant : dans un tuyau de section S , une onde sonore incidente plane progressive harmonique de pulsation ω arrive sur un piston de surface S , d'épaisseur e et de masse volumique μ , libre de se déplacer au voisinage de $x = 0$.

On cherche un champ des vitesses sous la forme :

$$\underline{v}_1(x < 0, t) = \underline{A}_1 e^{j(\omega t - kx)} + \underline{B}_1 e^{j(\omega t + kx)} ; \underline{v}_2(x > e, t) = \underline{A}_2 e^{j(\omega t - k(x-e))} .$$

1. Justifier cette forme et écrire les surpressions $\underline{P}_I(x, t)$ correspondantes.
2. Écrire les conditions aux limites sur le piston indéformable et en déduire une relation entre \underline{A}_1 , \underline{B}_1 et \underline{A}_2 .
Justifier que l'amplitude de la vitesse du piston peut être déduite de cette relation.
Écrire la deuxième loi de Newton appliquée au piston de surface S et en déduire une nouvelle relation entre \underline{A}_1 , \underline{B}_1 et \underline{A}_2 .

Montrer que $\frac{\underline{A}_2}{\underline{A}_1} = \left(1 + \frac{\mu e j \omega}{2 \mu_0 c} \right)^{-1}$. Quelle est la signification de ce rapport ?

3. Justifier que le mur joue le rôle d'un filtre de fréquences, quelle est la nature de ce filtre ?
4. En déduire le facteur de transmission T du mur.
On donne $\mu_0 = 1,3 \text{ kg m}^{-3}$, $\mu = 2 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ et $c = 340 \text{ ms}^{-1}$. Quelle doit être l'épaisseur minimale du mur si on veut une atténuation d'au moins -40 dB pour $f = 1 \text{ kHz}$ puis 100 Hz ?