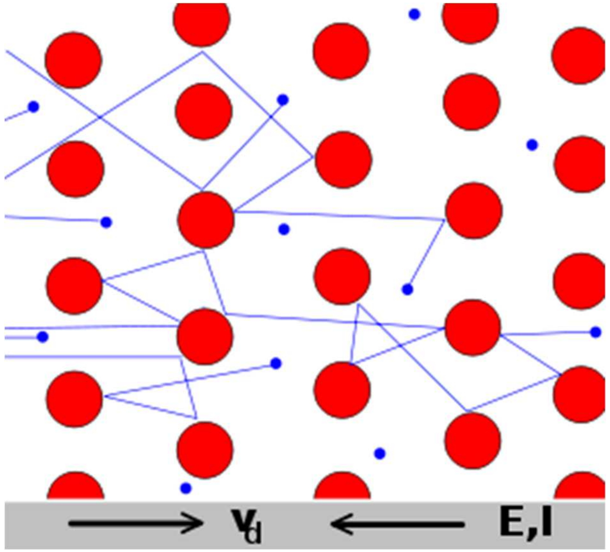
Loi d'Ohm en régime variable



http://en.wikipedia.org/wiki/Drude_model

On considère un conducteur ohmique soumis à un champ $\vec{E}(M,t)$ variable et non uniforme.

1. Modèle de Drude.
Définir les grandeurs impliquées dans le modèle de Drude et rappeler les hypothèses de ce modèle.

2. Champ uniforme et permanent
Rappeler les résultats obtenus dans le cas d'un champ uniforme et permanent (loi d'Ohm locale, loi de Joule, neutralité). On notera σ_0 la conductivité calculée grâce à ce modèle.
Rappeler l'expression de σ_0.

3. Champ $\vec{E}(M,t)$ variable et non uniforme.

L'étude est menée pour un champ $\vec{E}(M,t)=\vec{E}_0(\mathrm{M})\cos\left(\omega t+\varphi(M)\right)$ sinusoïdal de période temporelle T et de longueur d'onde $\lambda \approx cT$.
L'analyse de Fourier permet de généraliser ce résultat aux champs périodiques quelconques.

Le vecteur vitesse doit ici être considéré comme un champ Eulérien : ce ne sont pas les mêmes électrons qui passent par le point M aux instants t et t' (situation identique au champ des vitesses d'un fluide).
On pose : $\underline{\vec{v}}(\mathrm{M},t)=\underline{\vec{V}}_0(M)e^{j\omega t}$.

3.1. Champ Eulérien, dérivée particulaire de la vitesse
En admettant que la vitesse des électrons possède les mêmes périodicités, montrer que l'accélération convective est négligeable devant l'accélération locale.

3.2. Conductivité complexe
Montrer qu'il est possible d'écrire une relation entre les amplitudes complexes du vecteur densité de courant et du champ électrique.
Mettre en évidence une conductivité complexe et exprimer $\underline{\sigma}$ et fonction de σ_0.
À quelle condition retrouve-t-on le régime permanent ?
Quelle est la signification physique d'une conductivité complexe ?
Que se passe-t-il aux hautes fréquences ?

3.3. Neutralité
En adoptant, en notation complexe, la même démarche qu'en régime permanent, montrer que la densité volumique de charge réelle vérifie une équation de la forme
$\dfrac{\partial^2\rho}{\partial t^2}+\dfrac{\omega_P}{Q}\dfrac{\partial\rho}{\partial t}+\omega_P^2\rho=0$ où ω_P est la ***pulsation plasma***.
Exprimer ω_P en fonction de n, e, m et ε_0.
Calculer numériquement ω_P et Q.
Représenter l'allure de $\rho(t)$ et conclure quant à la neutralité électrique.

3.4. Loi de Joule
Exprimer le vecteur densité de courant en notation réelle en utilisant la question 3.2.
En déduire l'expression de la puissance volumique reçue sous forme électromagnétique par les porteurs de charge puis sa moyenne temporelle.
Que peut-on dire en haute fréquence ?

L'importance de ce dernier résultat mérite qu'on en recherche les causes mathématiques afin de pouvoir identifier facilement les situations dans lesquelles la puissance ***moyenne*** est nulle.
On se place en haute fréquence (préciser quantitativement ce qu'on entend par là), justifier que la conductivité est imaginaire pure.
Quel est alors le déphasage entre le vecteur densité de courant et le champ électrique ?
En admettant la relation $\left\langle \dfrac{d\mathcal{P}}{d\tau}\right\rangle=\dfrac{1}{2}\Re e\left(\underline{\vec{j}}\cdot\underline{\vec{E}}^*\right)=\dfrac{1}{2}\Re e\left(\underline{\vec{j}}^*\cdot\underline{\vec{E}}\right)$, retrouver « instantanément » la valeur de la puissance moyenne.