

Téléphones et documents interdits sur la table

Les exercices sont indépendants les uns des autres

Consignes

- ✓ **Respecter les notations de l'énoncé** ainsi que la numérotation des questions.
- ✓ Toutes les réponses doivent être **rédigées** sur la copie et non sur l'énoncé sauf indication contraire explicite.
- ✓ Seules les instructions vues en cours ou fournies par cet énoncé sont autorisées.
- ✓ Les algorithmes doivent être soigneusement **commentés**.

1. Représentation des nombres

Nombre entiers

- 1.1. Une puce possédant un registre (mémoire de travail) 8 bits est utilisée pour traiter des entiers naturels. Quel est le plus grand entier codé (donner sa valeur en base 10) ?
- 1.2. Un fichier informatique exemple.hex est ouvert avec un éditeur de texte. On voit alors des données de la forme 4C1F E79A... Que représentent ces données ? Quelle est la signification des lettres A à F ?

- 1.3. Codage des entiers relatifs sur 4 bits.

Rappels :

- ✓ les entiers de 0 à 7 sont codés en base 2 ;
- ✓ les entiers négatifs (sauf le plus petit d'entre eux) sont codés en inversant les bits de l'entier positif de même valeur absolue auquel on ajoute ensuite 1.

À l'aide de ce codage, effectuer les opérations suivantes et commenter les résultats :

$2 + 3$; $3 + (-5)$.

Flottants

Virgule flottante en base 2

Un nombre x est représenté par son **signe**, sa **mantisse** et son **exposant** en base deux : $x = (-1)^s m 2^e$.

s est le **signe** (0 \Rightarrow signe + et 1 \Rightarrow signe -)

m est la **mantisse** (commence nécessairement par 1 en base 2) : 1,...

e est l'**exposant**.

On utilise une **mantisse normalisée**, c'est à dire qu'elle ne contiendra pas de 0 en tête (revient à modifier l'exposant) : le 1er chiffre est donc un 1 qui n'est donc pas représenté.

Codage biaisé des exposant

En général l'exposant est représenté de façon biaisée (décalée).

Le **biais** (décalage) doit être soustrait de la valeur codée pour obtenir la vraie valeur de l'exposant.

$$\text{codage exposant} = \text{exposant} + \text{biais (décalage)}$$

En règle générale, le biais d'un exposant sur n bits est $2^{n-1}-1$.

Norme IEEE 754 simple précision

nombre de bits = 32

signe sur 1 bit

mantisse sur 23 bits (utilisés pour représenter les chiffres après la virgule, 1 devant la virgule non représenté)

exposant sur 8 bits ($2^8 = 256$) avec un biais de $2^{8-1}-1=127$

codage de 1 à 254 \Rightarrow valeurs de -126 à 127

(valeurs 0 et 255 réservées, cf. exceptions ci-dessous)

Cas particuliers / exceptions :

- ✓ Zéro \Leftrightarrow tous les bits de l'exposant et de la mantisse = 0
- ✓ $+\infty / -\infty$ (bits exposant = 1 et bits mantisse = 0) et NaN (not a number) (bits exposant = 1 et bits mantisse quelconques).

1.4. Commenter le calcul suivant (copie d'écran du shell interactif) :

```
In [1]: 0.7+0.1 == 0.8
```

```
Out [1]: False
```

Quelle conséquence doit-on tirer de cette observation en ce qui concerne les tests d'égalité entre flottants dans les algorithmes ?

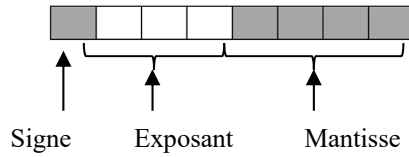
1.5. Donner la représentation binaire de $11,4_{(10)}$ et $11,5_{(10)}$ (i.e. écrire ces nombres en base 2).

1.6. Donner la valeur décimale (en base 10) associée au nombre binaire $1101,1001_{(2)}$.

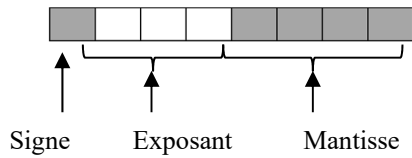
1.7. Écrire le nombre binaire $1101,1001_{(2)}$ en virgule flottante en base 2.

1.8. Pour des raisons de simplicité, on adopte un codage sur 8 bits (1 de signe, 4 pour la mantisse et 3 pour l'exposant). Déterminer le biais associé à ce codage en utilisant les informations fournies ci-dessus.

1.9. Compléter le schéma ci-dessous représentant le codage sur 8 bits pour le nombre binaire $1,001110 \cdot 2^{**3}$.



1.10. Donner la représentation sur 8 bits de $11,4_{(10)}$.



1.11. Expliquer en quoi consistent les erreurs d'overflow, underflow et arrondi.

2. Résolution d'un système linéaire par la méthode du pivot de Gauss

Un script incomplet est fourni dans l'encadré ci-dessous.

- 2.1. Identifier, dans le code fourni, le système d'équations qu'on cherche à résoudre.
- 2.2. Que contient la variable a ?
- 2.3. Comment dans le code ci-dessous détermine-t-on le nombre de lignes de la matrice ? Le nombre de colonnes ? Indiquer des lignes du code où ces valeurs sont utilisées.
- 2.4. Que fait-on lignes 13 et 14 ? Que fait-on lignes 16 à 20 ?
- 2.5. Quel est le rôle de la variable X ? (Que contient-elle à l'issue du programme ?)
- 2.6. Ligne 24, que représente a[:,i] ?
- 2.7. Lignes 23 et 25, remplacer les points de suspension par des noms de variables du programme (sur cet énoncé).
- 2.8. Écrire la fonction echangeLigne (indications fournies dans le listing).
- 2.9. Déterminer la complexité temporelle de ce script (justifier).

```
1 def pivot(colonne,i):
2     """ Recherche l'index du maximum dans colonne à partir de i """
3     [...]
4 def echangeLignes(a,i,k):
5     """ Echange les lignes i et k """
6     [...]
7 def transvectionLigne(a,k,i,f):
8     """ Lk <- Lk - f*Li """
9     for j in range(len(a[0])):
10        a[k,j] -= f*a[i,j]
11    return a
12
13 A = np.array([[2,3,1], [1,2,3], [3,2,2]], dtype=float)
14 B = np.array([4,1,1], dtype=float)
15 n = len(A)
16 a = np.empty((n,n+1))
17 for i in range(n):
18     for j in range(n):
19         a[i,j] = A[i,j]
20     a[i,n] = B[i]
21 X = np.zeros(n)
22
23 for ..... in range(n):
24     k_pivot = pivot(a[:,i],i)
25     if ..... > .....:
26         a = echangeLignes(a,i,k_pivot)
27     for k in range(i+1,n):
28         a = transvectionLigne(a,k,i,a[k,i]/a[i,i])
29
30 for i in range(n-1,-1,-1):
31     X[i] = (a[i,n]-sum(a[i,k]*X[k] for k in range(i+1,n)))/a[i,i]
```

Sauts stratosphériques

Modélisation physique

On tient compte de la variation de la masse volumique de l'air avec l'altitude grâce à la formule empirique suivante : $\rho(z) = \rho_0 e^{-z/H}$ où $H = 7200$ m et $\rho_0 = 1,3 \text{ kgm}^{-3}$ (Oz vertical ascendant). L'altitude initiale est $z_0 = 38\,969,4$ m à $t = 0$.

La force de frottement fluide est de la forme : $\vec{f} = -\alpha v \vec{v}$ où $\alpha = \frac{1}{2} \rho(z) C_x S$.

Avec :

$C_x \approx 0,65$ (coefficient dépendant de la forme du corps).

$S = 1 \text{ m}^2$ (surface offerte au vent relatif).

La masse de l'homme et de sa combinaison est $m = 80 + 27 = 107$ kg dans le cas de Félix Baumgartner.

On peut montrer que la variation de la pesanteur est négligeable au cours de la chute.

Durée de la chute libre : 4 minutes 19 secondes.

On suppose que la vitesse v_0 est nulle à $t_0 = 0$ (instant du saut).

L'équation différentielle vérifiée par la vitesse (on suppose la chute parfaitement verticale) est : $m\vec{a} = -\frac{1}{2} \rho(z) C_x S |v| \vec{v} + m\vec{g}$

Modélisation informatique

La durée totale de la simulation est $T = 5$ min et la durée entre deux instants successifs est $dt = 0,01$ s.

On utilisera dans la suite les **listes** comme structures de données et non les tableaux numpy.

L'équation différentielle du mouvement peut s'écrire sous la forme d'un **système de deux équations différentielles du 1^{er} ordre** (en

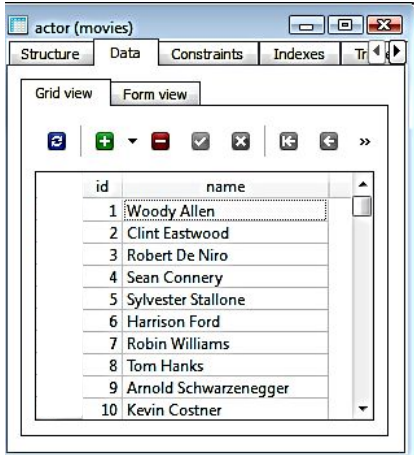
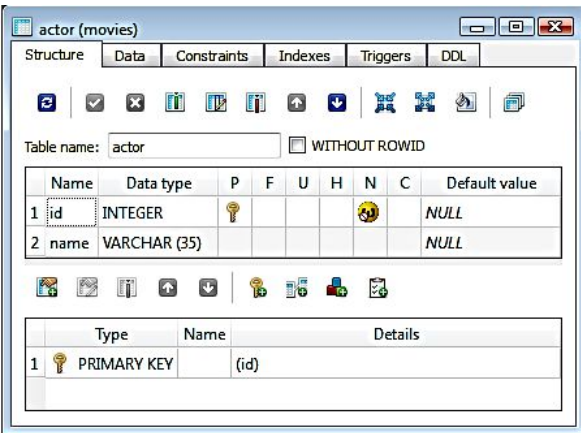
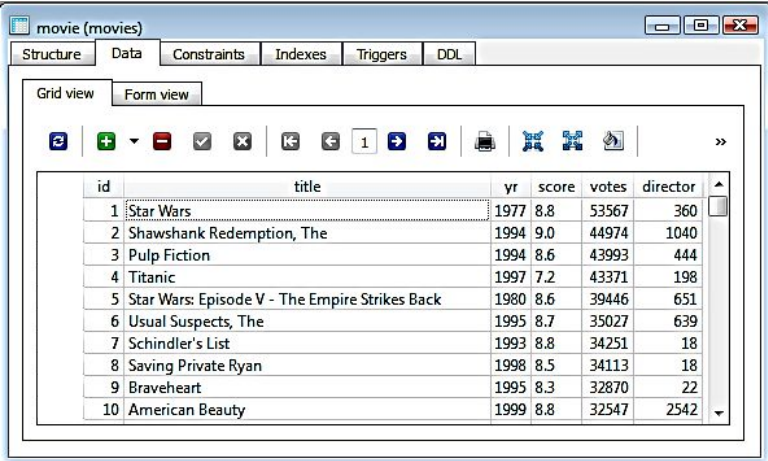
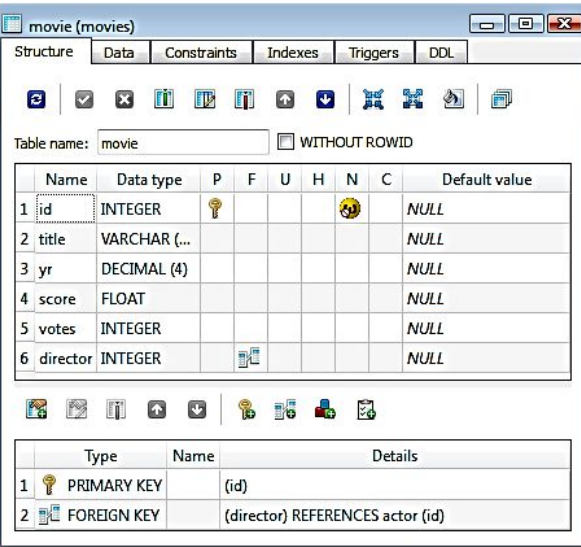
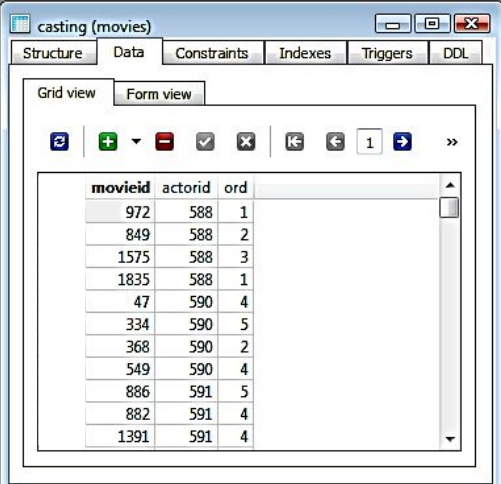
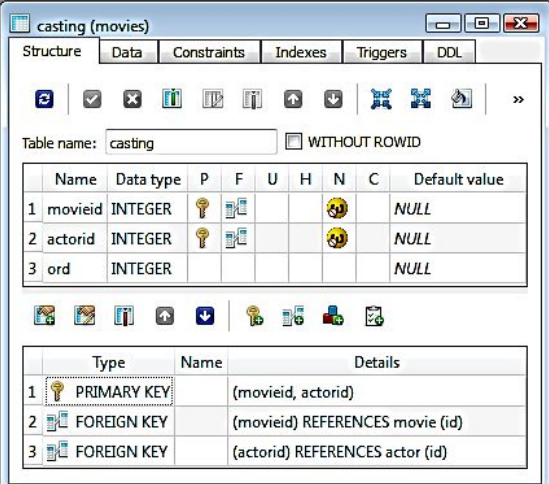
projection sur Oz vertical ascendant) :

$$\begin{cases} v = \frac{dz}{dt} \\ \frac{dv}{dt} = \frac{1}{2m} \rho(z) C_x S v^2 - g \end{cases}$$

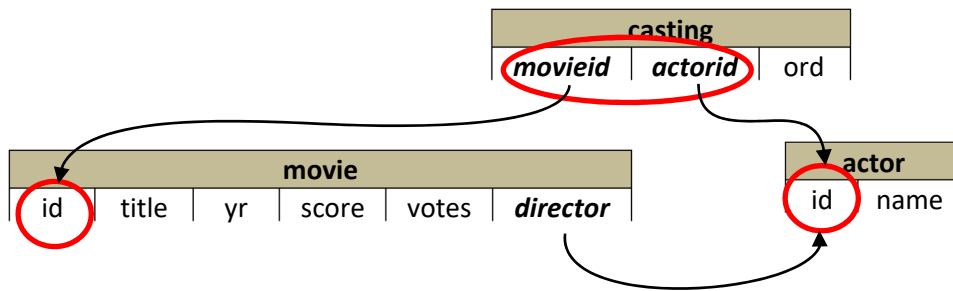
- 3.1. Ecrire le code python correspondant à la fonction rho(z).
- 3.2. Dédire des équations du mouvement les relations de récurrence reliant $z[k+1]$ et $v[k+1]$ à $z[k]$, $v[k]$ et aux autres paramètres du problème.
- 3.3. Ecrire le code python permettant de calculer le nombre total de points noté N pour la simulation en fonction de T et dt.
- 3.4. Ecrire le code nécessaire pour créer une liste t d'instants de 0 à T séparés de dt.
- 3.5. Ecrire le code permettant d'initialiser les listes z et v.
- 3.6. Ecrire le code permettant de calculer les valeurs de z et v à tout instant pour cette simulation.

4. Bases de données

La base de données « movies » contient trois tables dont des extraits sont fournis dans le tableau ci-dessous (colonne gauche). La colonne droite de ce tableau contient des copies d'écran de l'onglet « Structure » de chaque table (logiciel SQLiteStudio).

Tables (extraits)	Tables (structure)																																																																																																																																										
 <table border="1"> <thead> <tr> <th>id</th> <th>name</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>Woody Allen</td></tr> <tr><td>2</td><td>Clint Eastwood</td></tr> <tr><td>3</td><td>Robert De Niro</td></tr> <tr><td>4</td><td>Sean Connery</td></tr> <tr><td>5</td><td>Sylvester Stallone</td></tr> <tr><td>6</td><td>Harrison Ford</td></tr> <tr><td>7</td><td>Robin Williams</td></tr> <tr><td>8</td><td>Tom Hanks</td></tr> <tr><td>9</td><td>Arnold Schwarzenegger</td></tr> <tr><td>10</td><td>Kevin Costner</td></tr> </tbody> </table>	id	name	1	Woody Allen	2	Clint Eastwood	3	Robert De Niro	4	Sean Connery	5	Sylvester Stallone	6	Harrison Ford	7	Robin Williams	8	Tom Hanks	9	Arnold Schwarzenegger	10	Kevin Costner	 <table border="1"> <thead> <tr> <th>Name</th> <th>Data type</th> <th>P</th> <th>F</th> <th>U</th> <th>H</th> <th>N</th> <th>C</th> <th>Default value</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1 id</td> <td>INTEGER</td> <td>✓</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>☹</td> <td></td> <td>NULL</td> </tr> <tr> <td>2 name</td> <td>VARCHAR (35)</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>NULL</td> </tr> </tbody> </table> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Type</th> <th>Name</th> <th>Details</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1 PRIMARY KEY</td> <td>(id)</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	Name	Data type	P	F	U	H	N	C	Default value	1 id	INTEGER	✓				☹		NULL	2 name	VARCHAR (35)							NULL	Type	Name	Details	1 PRIMARY KEY	(id)																																																																																				
id	name																																																																																																																																										
1	Woody Allen																																																																																																																																										
2	Clint Eastwood																																																																																																																																										
3	Robert De Niro																																																																																																																																										
4	Sean Connery																																																																																																																																										
5	Sylvester Stallone																																																																																																																																										
6	Harrison Ford																																																																																																																																										
7	Robin Williams																																																																																																																																										
8	Tom Hanks																																																																																																																																										
9	Arnold Schwarzenegger																																																																																																																																										
10	Kevin Costner																																																																																																																																										
Name	Data type	P	F	U	H	N	C	Default value																																																																																																																																			
1 id	INTEGER	✓				☹		NULL																																																																																																																																			
2 name	VARCHAR (35)							NULL																																																																																																																																			
Type	Name	Details																																																																																																																																									
1 PRIMARY KEY	(id)																																																																																																																																										
 <table border="1"> <thead> <tr> <th>id</th> <th>title</th> <th>yr</th> <th>score</th> <th>votes</th> <th>director</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>Star Wars</td><td>1977</td><td>8.8</td><td>53567</td><td>360</td></tr> <tr><td>2</td><td>Shawshank Redemption, The</td><td>1994</td><td>9.0</td><td>44974</td><td>1040</td></tr> <tr><td>3</td><td>Pulp Fiction</td><td>1994</td><td>8.6</td><td>43993</td><td>444</td></tr> <tr><td>4</td><td>Titanic</td><td>1997</td><td>7.2</td><td>43371</td><td>198</td></tr> <tr><td>5</td><td>Star Wars: Episode V - The Empire Strikes Back</td><td>1980</td><td>8.6</td><td>39446</td><td>651</td></tr> <tr><td>6</td><td>Usual Suspects, The</td><td>1995</td><td>8.7</td><td>35027</td><td>639</td></tr> <tr><td>7</td><td>Schindler's List</td><td>1993</td><td>8.8</td><td>34251</td><td>18</td></tr> <tr><td>8</td><td>Saving Private Ryan</td><td>1998</td><td>8.5</td><td>34113</td><td>18</td></tr> <tr><td>9</td><td>Braveheart</td><td>1995</td><td>8.3</td><td>32870</td><td>22</td></tr> <tr><td>10</td><td>American Beauty</td><td>1999</td><td>8.8</td><td>32547</td><td>2542</td></tr> </tbody> </table>	id	title	yr	score	votes	director	1	Star Wars	1977	8.8	53567	360	2	Shawshank Redemption, The	1994	9.0	44974	1040	3	Pulp Fiction	1994	8.6	43993	444	4	Titanic	1997	7.2	43371	198	5	Star Wars: Episode V - The Empire Strikes Back	1980	8.6	39446	651	6	Usual Suspects, The	1995	8.7	35027	639	7	Schindler's List	1993	8.8	34251	18	8	Saving Private Ryan	1998	8.5	34113	18	9	Braveheart	1995	8.3	32870	22	10	American Beauty	1999	8.8	32547	2542	 <table border="1"> <thead> <tr> <th>Name</th> <th>Data type</th> <th>P</th> <th>F</th> <th>U</th> <th>H</th> <th>N</th> <th>C</th> <th>Default value</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1 id</td> <td>INTEGER</td> <td>✓</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>☹</td> <td></td> <td>NULL</td> </tr> <tr> <td>2 title</td> <td>VARCHAR (...)</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>NULL</td> </tr> <tr> <td>3 yr</td> <td>DECIMAL (4)</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>NULL</td> </tr> <tr> <td>4 score</td> <td>FLOAT</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>NULL</td> </tr> <tr> <td>5 votes</td> <td>INTEGER</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>NULL</td> </tr> <tr> <td>6 director</td> <td>INTEGER</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>NULL</td> </tr> </tbody> </table> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Type</th> <th>Name</th> <th>Details</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1 PRIMARY KEY</td> <td>(id)</td> <td></td> </tr> <tr> <td>2 FOREIGN KEY</td> <td>(director) REFERENCES actor (id)</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	Name	Data type	P	F	U	H	N	C	Default value	1 id	INTEGER	✓				☹		NULL	2 title	VARCHAR (...)							NULL	3 yr	DECIMAL (4)							NULL	4 score	FLOAT							NULL	5 votes	INTEGER							NULL	6 director	INTEGER							NULL	Type	Name	Details	1 PRIMARY KEY	(id)		2 FOREIGN KEY	(director) REFERENCES actor (id)	
id	title	yr	score	votes	director																																																																																																																																						
1	Star Wars	1977	8.8	53567	360																																																																																																																																						
2	Shawshank Redemption, The	1994	9.0	44974	1040																																																																																																																																						
3	Pulp Fiction	1994	8.6	43993	444																																																																																																																																						
4	Titanic	1997	7.2	43371	198																																																																																																																																						
5	Star Wars: Episode V - The Empire Strikes Back	1980	8.6	39446	651																																																																																																																																						
6	Usual Suspects, The	1995	8.7	35027	639																																																																																																																																						
7	Schindler's List	1993	8.8	34251	18																																																																																																																																						
8	Saving Private Ryan	1998	8.5	34113	18																																																																																																																																						
9	Braveheart	1995	8.3	32870	22																																																																																																																																						
10	American Beauty	1999	8.8	32547	2542																																																																																																																																						
Name	Data type	P	F	U	H	N	C	Default value																																																																																																																																			
1 id	INTEGER	✓				☹		NULL																																																																																																																																			
2 title	VARCHAR (...)							NULL																																																																																																																																			
3 yr	DECIMAL (4)							NULL																																																																																																																																			
4 score	FLOAT							NULL																																																																																																																																			
5 votes	INTEGER							NULL																																																																																																																																			
6 director	INTEGER							NULL																																																																																																																																			
Type	Name	Details																																																																																																																																									
1 PRIMARY KEY	(id)																																																																																																																																										
2 FOREIGN KEY	(director) REFERENCES actor (id)																																																																																																																																										
 <table border="1"> <thead> <tr> <th>movieid</th> <th>actorid</th> <th>ord</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>972</td><td>588</td><td>1</td></tr> <tr><td>849</td><td>588</td><td>2</td></tr> <tr><td>1575</td><td>588</td><td>3</td></tr> <tr><td>1835</td><td>588</td><td>1</td></tr> <tr><td>47</td><td>590</td><td>4</td></tr> <tr><td>334</td><td>590</td><td>5</td></tr> <tr><td>368</td><td>590</td><td>2</td></tr> <tr><td>549</td><td>590</td><td>4</td></tr> <tr><td>886</td><td>591</td><td>5</td></tr> <tr><td>882</td><td>591</td><td>4</td></tr> <tr><td>1391</td><td>591</td><td>4</td></tr> </tbody> </table>	movieid	actorid	ord	972	588	1	849	588	2	1575	588	3	1835	588	1	47	590	4	334	590	5	368	590	2	549	590	4	886	591	5	882	591	4	1391	591	4	 <table border="1"> <thead> <tr> <th>Name</th> <th>Data type</th> <th>P</th> <th>F</th> <th>U</th> <th>H</th> <th>N</th> <th>C</th> <th>Default value</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1 movieid</td> <td>INTEGER</td> <td>✓</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>☹</td> <td></td> <td>NULL</td> </tr> <tr> <td>2 actorid</td> <td>INTEGER</td> <td>✓</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>☹</td> <td></td> <td>NULL</td> </tr> <tr> <td>3 ord</td> <td>INTEGER</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>NULL</td> </tr> </tbody> </table> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Type</th> <th>Name</th> <th>Details</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1 PRIMARY KEY</td> <td>(movieid, actorid)</td> <td></td> </tr> <tr> <td>2 FOREIGN KEY</td> <td>(movieid) REFERENCES movie (id)</td> <td></td> </tr> <tr> <td>3 FOREIGN KEY</td> <td>(actorid) REFERENCES actor (id)</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	Name	Data type	P	F	U	H	N	C	Default value	1 movieid	INTEGER	✓				☹		NULL	2 actorid	INTEGER	✓				☹		NULL	3 ord	INTEGER							NULL	Type	Name	Details	1 PRIMARY KEY	(movieid, actorid)		2 FOREIGN KEY	(movieid) REFERENCES movie (id)		3 FOREIGN KEY	(actorid) REFERENCES actor (id)																																																							
movieid	actorid	ord																																																																																																																																									
972	588	1																																																																																																																																									
849	588	2																																																																																																																																									
1575	588	3																																																																																																																																									
1835	588	1																																																																																																																																									
47	590	4																																																																																																																																									
334	590	5																																																																																																																																									
368	590	2																																																																																																																																									
549	590	4																																																																																																																																									
886	591	5																																																																																																																																									
882	591	4																																																																																																																																									
1391	591	4																																																																																																																																									
Name	Data type	P	F	U	H	N	C	Default value																																																																																																																																			
1 movieid	INTEGER	✓				☹		NULL																																																																																																																																			
2 actorid	INTEGER	✓				☹		NULL																																																																																																																																			
3 ord	INTEGER							NULL																																																																																																																																			
Type	Name	Details																																																																																																																																									
1 PRIMARY KEY	(movieid, actorid)																																																																																																																																										
2 FOREIGN KEY	(movieid) REFERENCES movie (id)																																																																																																																																										
3 FOREIGN KEY	(actorid) REFERENCES actor (id)																																																																																																																																										

Graphe des clés



Requêtes

Ecrire les requêtes permettant de répondre aux questions suivantes

- 4.1. Quels sont les films dirigés par Tom Cruise ?
- 4.2. Quels sont les films dans lesquels Tom Cruise a joué ?
- 4.3. Sortir le casting du film "Star Wars"
- 4.4. Trouver les réalisateurs qui comptabilisent des scores moyens supérieurs à 8.6 pour leurs films.
- 4.5. Sortir la liste des films dont le réalisateur est aussi acteur.
- 4.6. Quel renseignement la requête suivante fournit-elle ?
`SELECT name, max(n) FROM (SELECT name, count(*) AS n FROM movie JOIN casting ON movieid=movie.id JOIN actor ON actorid=actor.id GROUP BY name HAVING director=actorid)`