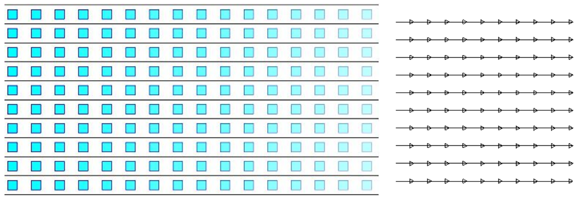
Évolution d’une particule fluide – Divergence et rotationnel (écoulements plans)

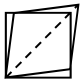
Écoulement 0

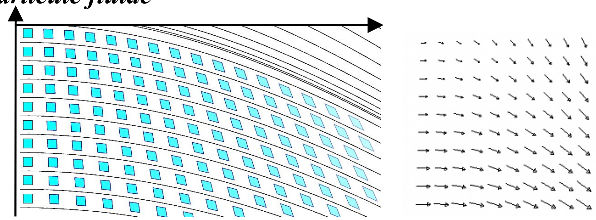
$$\begin{aligned} v_x &= 1000 \\ v_y &= 0 \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} &div\,\vec{v} = \\ &\overrightarrow{rot}\,\vec{v} = \end{aligned}$$



Écoulement 1 : déformation de la particule fluide

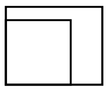
$$\begin{aligned} v_x &= 1000 - 40y \\ v_y &= -40x \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} &div\,\vec{v} = \\ &\overrightarrow{rot}\,\vec{v} = \end{aligned}$$

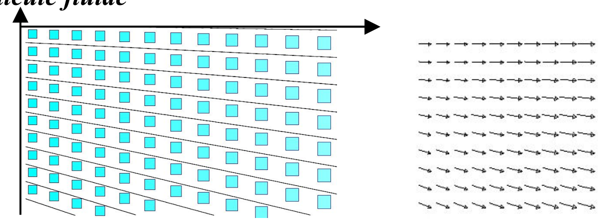




Écoulement 2 : dilatation de la particule fluide

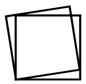
$$\begin{aligned} v_x &= 1000 + 40x \\ v_y &= 40y \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} &div\,\vec{v} = \\ &\overrightarrow{rot}\,\vec{v} = \end{aligned}$$

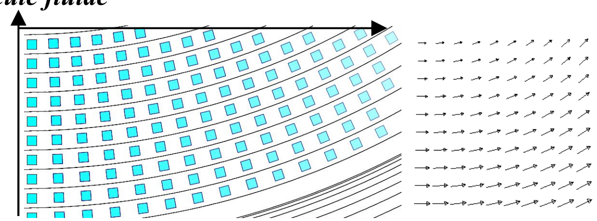




Écoulement 3 : rotation de la particule fluide

$$\begin{aligned} v_x &= 1000 - 40y \\ v_y &= 40x \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} &div\,\vec{v} = \\ &\overrightarrow{rot}\,\vec{v} = \end{aligned}$$





Conclusion : décomposition du vecteur vitesse

DL₁ de $\vec{v}$ au voisinage d’un point O : $\vec{v}(M) = \vec{v}(O) + \left|\begin{matrix} \alpha x + \beta y \\ \gamma x + \delta y \end{matrix}\right.$. Écriture équivalente :

$$\vec{v}(M) = \vec{v}(O) + \frac{1}{2}\left|\begin{matrix} (\beta+\gamma)y \\ (\beta+\gamma)x \end{matrix}\right. + \left|\begin{matrix} \alpha x \\ \delta y \end{matrix}\right. + \frac{1}{2}\left|\begin{matrix} (\beta-\gamma)y \\ (\gamma-\beta)x \end{matrix}\right. = \vec{v}_{trans} + \vec{v}_{deform} + \vec{v}_{dilat} + \vec{v}_{rot}\,.$$

$\vec{v}(O) = \vec{v}_{trans}$ décrit une translation du fluide ;

$\vec{v}_{deform}$ décrit une déformation à volume constant sans rotation ;

$\vec{v}_{dilat}$ décrit une variation de volume sans rotation (en relation avec la divergence du champ) ;

$\vec{v}_{rot}$ décrit une rotation à volume constant sans déformation (en relation avec le rotationnel).