# Conduction électrique

On se place dans l'***approximation des milieux continus*** (cf. cours de thermodynamique, diffusion particulaire) : on ne raisonne pas sur les charges individuelles $q_i$ mais sur les charges $\rho d\tau$ contenues dans un ***volume mésoscopique*** $d\tau$.

Notons qu'il existe des courants dans les ***solides*** (électrons de conduction dans les métaux), dans les ***liquides*** (électrons dans les métaux, ions dans les électrolytes ou solutions ioniques), dans les ***gaz*** (ions dans les plasmas), dans le ***vide*** (faisceaux de particules).

## Densités de charges et de courant – Intensité d'un courant

### *Densités volumiques de charges*

Il convient de distinguer les ***porteurs de charges mobiles*** qui contribuent au courant électrique et les porteurs de charges fixes qui n'y contribuent pas.

Dans les métaux (Cu par exemple), les porteurs de charge mobiles sont les électrons de conduction (1 électron « libre » par atome de cuivre) tandis que les ions sont les ions $Cu^+$ sont fixes.

Dans les électrolytes ($Na^+ + Cl^-$ par exemple), les porteurs de charges mobiles sont les ions $H_3O^+$, $OH^-$, $Na^+$ et $Cl^-$.

La charge contenue dans un volume $d\tau$ s'exprime en fonction des densités volumiques $n_i$ de porteur de charges de type $i$ (en $m^{-3}$) et de la charge $q_i$ (en C) d'un porteur de type $i$ :

$$dq = \sum_i n_i d\tau\, q_i \,.$$

***Densité volumique de charge*** : $\rho = \dfrac{dq}{d\tau} = \sum_i n_i q_i = \sum_i \rho_i$ (en $cm^{-3}$) (1)

**Remarques** :

- ✓ En chimie, on utilise la concentration de l'ion $i$. On a $n_i = c_i N_A$ où $N_A$ est le nombre d'Avogadro.
- ✓ Il importe de préciser le *contexte* dans lequel la relation (1) est écrite :
  - si on s'intéresse au métal globalement, alors $\rho_{total} = \rho_{e-} + \rho_{Cu+} = 0$ ;
  - si on s'intéresse à la *conduction seulement*, on écrira, sans toujours préciser qu'il s'agit uniquement de la densité de porteurs *mobiles* : $\rho = \rho_{mobile} = \rho_{e-}$.

### *Densités de courants*

La densité de courant totale est la somme des densités associées à chaque type de porteur de charge. On note $\vec{v}_i$ la vitesse d'un porteur de charges de type $i$.

***Densité de courant*** : $\vec{j} = \sum_i \vec{j}_i = \sum_i n_i q_i \vec{v}_i = \sum_i \rho_i \vec{v}_i$ (en $Am^{-2}$)

Avec $\vec{v} = \vec{0}$ pour un porteur fixe.

*Attention*, dans l'écriture $\vec{j}(M,t) = \rho(M,t)\vec{v}(M,t)$, $\vec{v}(M,t)$ et $\vec{j}(M,t)$ sont des champs eulériens (cf. mécanique des fluides).

### *Intensité électrique*

***L'intensité*** traversant une surface $S$ est définie comme :

- ✓ un débit, $I_S \overset{def}{=} \dfrac{dq}{dt}$ qui dépend a priori de $S$ (la charge $dq$ traverse $S$ pendant le temps $dt$).
- ✓ le flux de $\vec{j}(M)$ à travers $S$, $I_S = \iint_{M\in S} \vec{j}_{(M)} \cdot d\vec{S}_{(M)}$.

### *Ordres de grandeur*

1. Calculer la densité volumique $n$ des porteurs de charge dans le cuivre à l'aide des données : $M_{Cu} = 64$ gmol$^{-1}$ et $\mu_{Cu} = 8{,}96$ gcm$^{-3}$.
2. Retrouver $n$ sachant que le côté de la maille supposée cubique du réseau cristallin du cuivre est de l'ordre de $a = 2\ 10^{-10}$ m.
3. Calculer la vitesse des porteurs de charge dans un fil de cuivre de section $S = 1$ mm$^2$ parcouru par un courant de d'intensité $I = 10$ A sachant qu'il y a 1 électron de conduction par atome de cuivre (densité $n$ calculée ci-dessus).

**Conséquence**

La connaissance de la vitesse des porteurs de charge permettra dans chaque situation particulière d'évaluer s'il y a lieu de négliger la partie électrique ou la partie magnétique (ou pas) de la force de Lorentz s'exerçant sur les porteurs en évaluant le rapport :

$$\frac{F_m}{F_e} = \frac{vB}{E}\,.$$

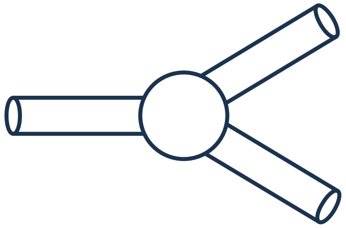
## Équation locale de conservation de la charge

4. Etablir l'équation de conservation de la charge (bilan local)

**<u>Conséquences en régime stationnaire</u>** ⇒

5. ***I* est *indépendante de la surface S* particulière utilisée pour la calculer** :

6. **Loi des nœuds** :



## Loi d'Ohm locale dans un conducteur ohmique en régime permanent

### Modèle de Drude

On considère un métal possédant un électron de conduction par atome.
On note $m$ et $q = -e$ la masse et la charge de l'électron.
On néglige les interactions électriques électron libre/électrons ainsi que les interactions électriques électrons libres/ions mais on modélise les chocs des électrons sur le réseau cristallin supposé rigide et fixe par une ***force de frottement fluide*** de la forme : $\vec{F} = -\frac{m}{\tau}\vec{v}$
où **$\tau$ est un temps caractéristique**.

7. En appliquant les lois de la mécanique à un électron, établir l'équation différentielle vectorielle de son mouvement et en déduire sa vitesse en régime permanent.
En reliant la densité de courant à cette vitesse, établir une relation entre $\vec{j}$ et $\vec{E}$.

### Loi d'ohm locale

Dans un circuit, le générateur crée un champ électrique $\vec{E}$ auquel sont soumis les électrons.
La densité de courant et le champ électrique sont alors liés par une relation de cause à effet appelée ***loi d'Ohm locale*** :

$\vec{j} = \sigma\vec{E}$ où $\sigma = \frac{ne^2\tau}{m}$ est la ***conductivité*** du métal notée $\sigma$ ou $\gamma$ en $Sm^{-1}$.

Cette loi constitue une relation causale à l'échelle mésoscopique analogue à la relation causale $U = RI$ à l'échelle macroscopique ; loi d'Ohm car I est lié à $\vec{j}$ et U à $\vec{E}$ ).

### Vocabulaire - Unités

| *Grandeur* | *Définition/Notation* | *Unité* | *Remarques* |
|---|---|---|---|
| Impédance | $\underline{Z} = R + jX$ | Ω | $X$ = réactance |
| Admittance | $\underline{Y} = 1/\underline{Z} = G + jB$ | S (1S = 1Ω$^{-1}$) | $B$ = susceptance |
| Résistance | $R = Re(\underline{Z})$ | Ω | $R = \frac{1}{G} \Leftrightarrow \underline{Z} \in \mathbb{R}$ |
| Conductance | $G = Re(\underline{Y})$ | S | |
| Résistivité | $\rho$ | Ωm | $R = \rho\frac{\ell}{S}$ (cylindre) |
| Conductivité | $\sigma$ ou $\gamma = 1/\rho$ | $Sm^{-1}$ | |

### *Ordres de grandeur*

8. Évaluer le temps caractéristique $\tau$ sachant que $\sigma_{Cu} = 6\ 10^7$ $Sm^{-1}$ et $m \approx 10^{-30}$ kg.

9. Comparer à la période du signal le plus rapide délivré par un GBF ($f_{max} \approx 10$ MHz) et conclure quant à la validité de la loi d'Ohm (i.e. est-il légitime de supposer que le régime stationnaire est atteint ?).

### *Neutralité d'un conducteur Ohmique*

10. À l'aide de l'équation de maxwell-Gauss, de l'équation de conservation de la charge (locale) et de la loi d'Ohm locale, établir l'équation différentielle vérifiée par la densité volumique de charge $\rho$.
La résoudre, mettre en évidence un temps caractéristique $\tau'$ et l'évaluer numériquement. Conclure quant à la neutralité électrique du conducteur ohmique.